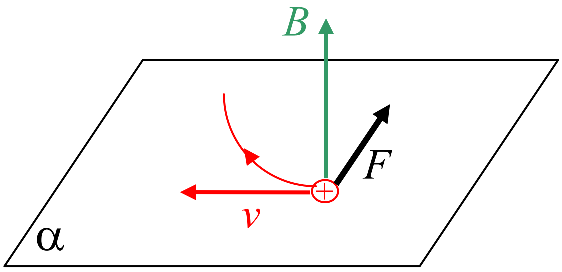
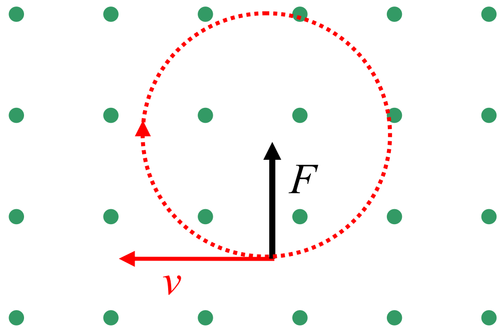
Moto di cariche in Campo Magnetico

Consideriamo una particella di massa m e carica puntiforme $+q$ in moto con velocità $\vec{v}$ perpendicolare ad un campo $\vec{B}$ uniforme.





Nel piano α, **B** verso l' alto

Sulla carica viene esercitata la forza magnetica $\vec{F}_B = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

1) sempre perpendicolare a $\vec{v}$ $\Rightarrow$ v costante in modulo ma cambia in direzione.

2) F costante in modulo $\Rightarrow$ la direzione varia in modo costante $\left(\frac{d\hat{v}}{dt} = costante \right)$ $\Rightarrow$ traiettoria circolare.

Da 1 e 2 $\Rightarrow$ ***il moto della carica è circolare uniforme.***

La forza centripeta necessaria al moto è fornita dalla forza magnetica $\Rightarrow$

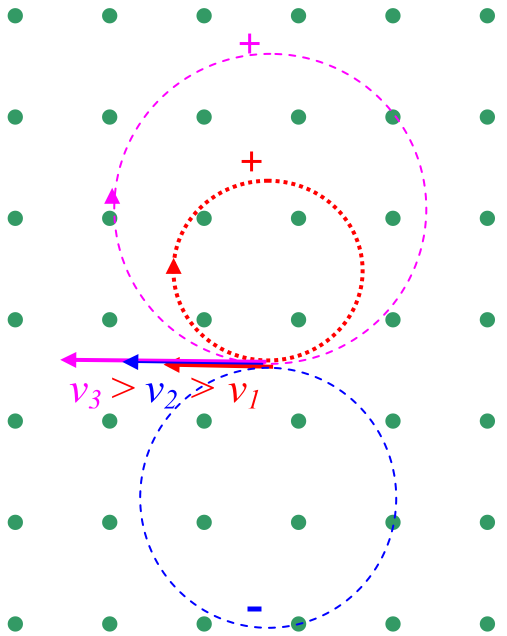
$$F_c = m\frac{v^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$ (R = raggio dell'orbita)

Il periodo T (tempo necessario per un giro completo) è fissato da:

$$2\pi R = Tv \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v}\frac{mv}{qB} \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{qB}$$

Il periodo T non dipende dalla velocità.

A parità di m,q,B particelle con velocità maggiori si muovono su circonferenze di raggio maggiore; la diversa lunghezza della circonferenza è compensata dalla diversa velocità $\Rightarrow$ le orbite vengono percorse in tempi uguali.

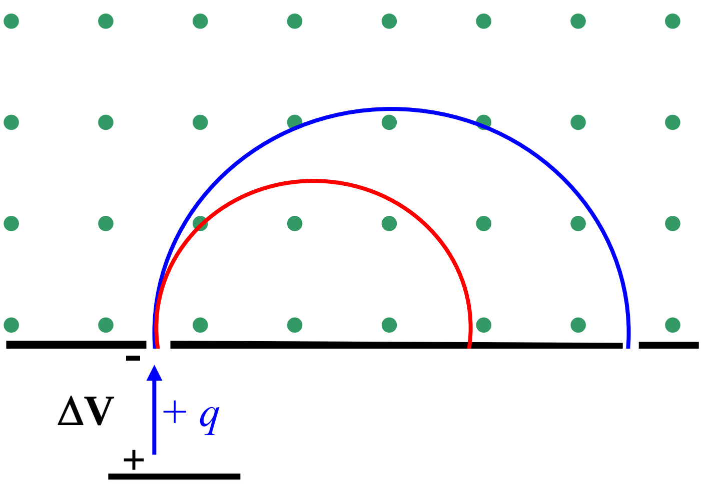


B verso l' alto

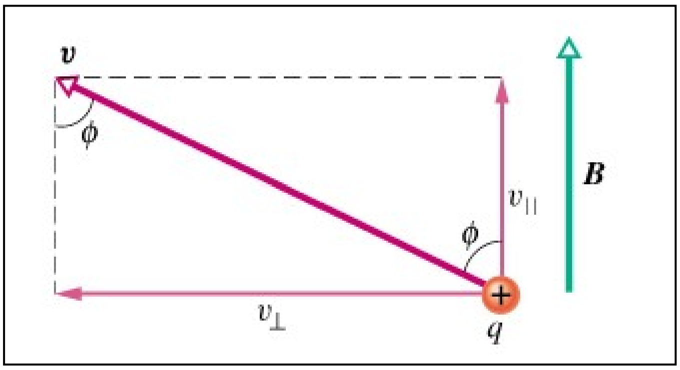
$$R = \frac{mv}{qB}$$

A parità di m,q,v, in campi magnetici più intensi le orbite sono circonferenze più piccole.

A parità di v,B particelle di diverso rapporto q/m si muovono su orbite diverse; questo effetto viene usato per selezionare particelle con diverso rapporto q/m (spettrometro di massa).



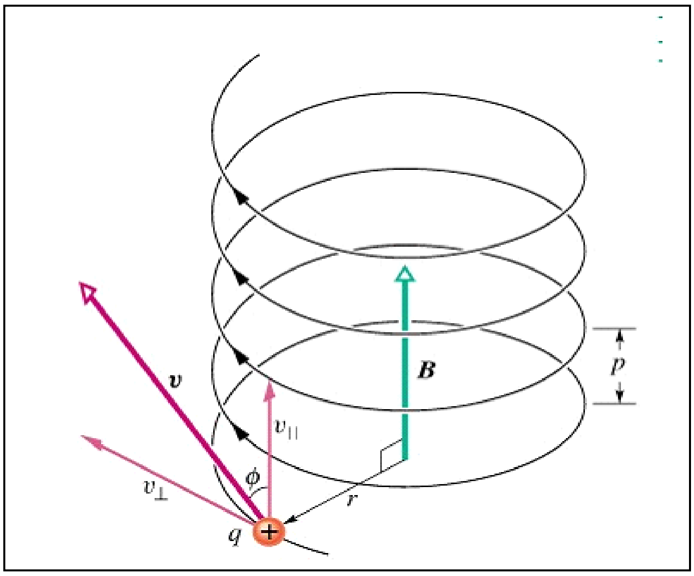
Se la velocità $\vec{v}$ non è perpendicolare ad un campo $\vec{B}$ uniforme, essa può essere scomposta in una componente $v_{||} = v\,cos\,\phi$ parallela ed in una componente $v_{\perp} = v\,sen\,\phi$ perpendicolare a $\vec{B}$.



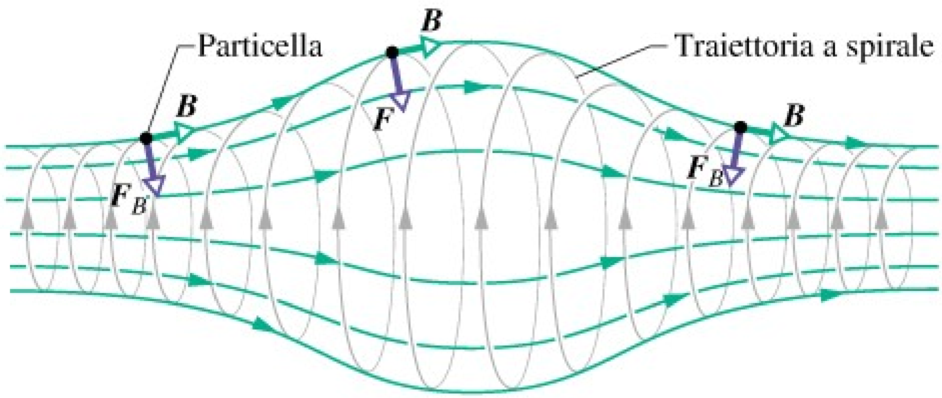
Nella direzione parallela a $\vec{B}$, la forza $\vec{F}_B = q \cdot \vec{v}_{||} \times \vec{B} = 0$, quindi il moto è rettilineo uniforme.

Nella direzione perpendicolare a $\vec{B}$ la forza $\vec{F}_B = q \cdot \vec{v}_{\perp} \times \vec{B} \neq 0$ quindi si ha una moto circolare uniforme di raggio $r = \dfrac{mv_{\perp}}{qB}$ e $T = \dfrac{2\pi m}{qB}$

Il moto risultante è un'elica
di raggio costante r
e di passo costante $p = v_{||} \cdot T$



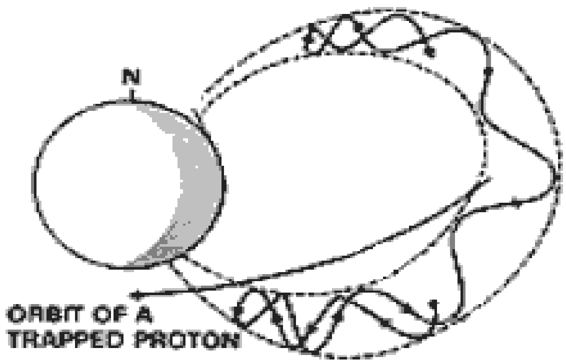
Se la velocità $\vec{v}$ non è perpendicolare al campo $\vec{B}$ e/o il campo non è uniforme, si ha ancora una spirale ma in questo caso sia *r* che *p* variano con il campo.



Dove il campo è molto intenso la particella subisce "*riflessione*" (ossia la velocità longitudinale si inverte) e se ciò succede ad entrambi gli estremi delle linee di forza la particella resta intrappolata in una cosi detta "*bottiglia magnetica*".

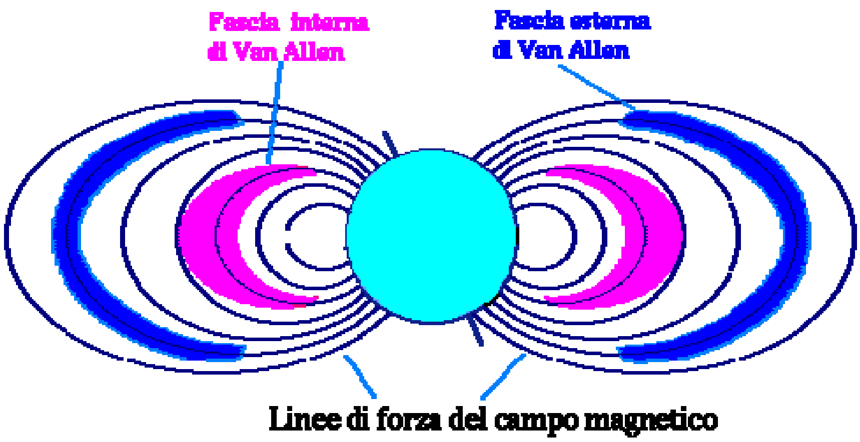
Questo meccanismo in prossimità della Terra da origine alle *fasce di Van Allen* e alle *aurore boreali* .

Alcune particelle cosmiche (protoni ed elettroni) restano intrappolate per lungo tempo spiralleggiando nel campo magnetico terrestre.



Le zone in cui le particelle restano intrappolate prendono il nome di ***fasce di radiazione o di Van Allen*.**

La Terra possiede due fasce di radiazione: una **fascia interna**, relativamente compatta, situata ad un'altezza di circa 3000 *km* e composta da protoni di alta energia (10-100 MeV) e una **fascia esterna**, una vasta regione costituita da protoni ed elettroni di energia molto inferiore.



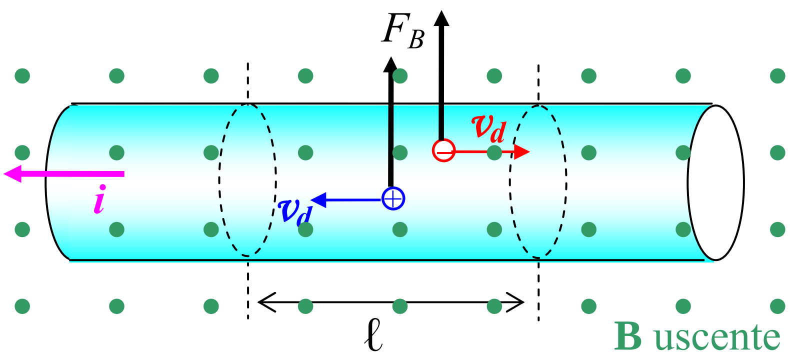
Le particelle cariche, collidendo con gli atomi dell'atmosfera, li portano in uno stato eccitato (più energetico). Successivamente gli atomi perdono questa energia emettendo luce visibile originando le *aurore boreali*.

Le fasce di Van Allen sono zone che le imprese spaziali, con o senza uomini a bordo, devono evitare accuratamente.

Azione del Campo Magnetico su un filo percorso da corrente

La corrente è un moto di cariche $\Rightarrow$
cariche in movimento interagiscono con i campi magnetici $\Rightarrow$
un filo percorso da corrente deve interagire con i campi magnetici.

Consideriamo la seguente situazione: un filo rettilineo di sezione A percorso da corrente *i* in un campo magnetico B uniforme e perpendicolare al filo.



Sulla carica q del singolo portatore di conduzione si ha:

$$\vec{F}_B = q \cdot \vec{v}_d \times \vec{B} \Rightarrow F_B = qv_d B sen 90° = qv_d B$$

(notare che il verso di F_B è lo stesso per portatori positivi o negativi)

Ricordando che:

$$i = J \cdot A = q \cdot n \cdot v_d \cdot A \Rightarrow v_d = i / qnA \Rightarrow F_B = qBi/qnA = Bi/nA$$

Per un tratto ℓ di filo, il numero totale di portatori è $N = nA\ell$ e quindi la ***forza totale F*** esercitata su essi ovvero sul filo è:

$$\boldsymbol{F} = N \cdot F_B = nA\ell \cdot F_B = nA\ell \cdot Bi/nA = i\ell B.$$

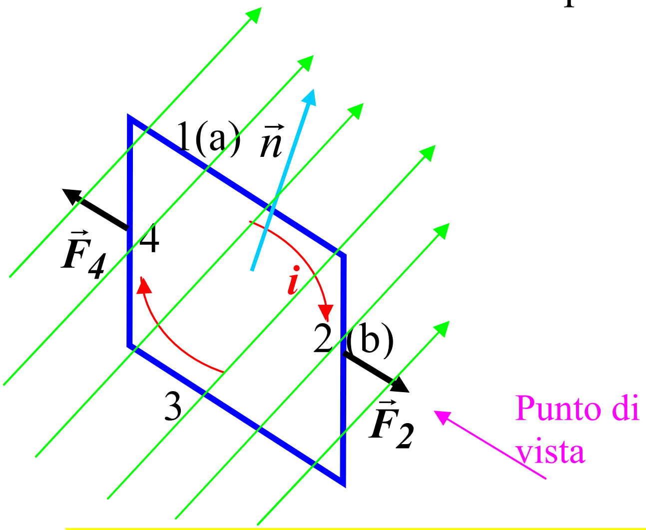
Il risultato è generalizzabile: ***se abbiamo un corrente i che scorre in un tratto ℓ di filo immerso in un campo magnetico $\vec{B}$ sul filo viene esercitata un'azione meccanica*** dovuta ad una forza

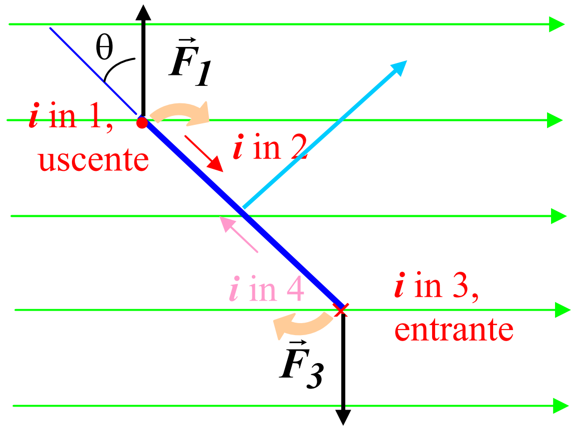
$$\boxed{\vec{F} = i \cdot \vec{\ell} \times \vec{B}}$$

dove $\vec{\ell}$ è un vettore avente modulo ℓ, direzione del tratto ℓ e verso quello di *i*.

Azione del Campo Magnetico su una spira percorsa da corrente

Consideriamo una spira piana (rettangolo di lati a e b) percorsa da una corrente i immersa in un campo $\vec{B}$ uniforme e costante, con $\vec{B} \perp$ lato a.





(verso di $\vec{n}$ dato dalla regola della mano destra rispetto al verso di i)

ricordando $\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}$ si ha:

1) Sui lati 2 e 4 abbiamo $\vec{F}_{2(4)} = i\vec{b} \times \vec{B}$ con $\vec{F}_2 = -\vec{F}_4$ nello stesso piano della spira $\Rightarrow$ nessun effetto se la spira è rigida

2) Sui lati 1 e 3 abbiamo $\vec{F}_{1(3)} = i\vec{a} \times \vec{B}$. Poiché l'intensità di corrente è la stessa ed il lati hanno la stessa lunghezza (osservare che $\vec{a} \perp \vec{B}$) segue che F_1 ed F_3 hanno stesso modulo (= iaB), agiscono lungo direzione parallele e hanno verso opposto ovvero costituiscono una coppia di forze $\Rightarrow$ non c'è traslazione ma solo rotazione dovuta ad un momento $\vec{\tau}_R$

$$\vec{\tau}_R = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_3, \quad \vec{\tau}_1 = \vec{r} \times \vec{F}_1 \Rightarrow \tau_1 = \frac{b}{2} F_1 sen\theta$$

$$\vec{\tau}_3 = \vec{r} \times \vec{F}_3 \Rightarrow \tau_3 = \frac{b}{2} F_1 sen\theta$$

$$\vec{\tau}_1 // \vec{\tau}_3 \text{ e concordi} \Rightarrow \tau_R = \tau_1 + \tau_3 = 2\frac{b}{2} F_1 sen\theta = b(iaB)sen\theta = i(ab)Bsen\theta$$

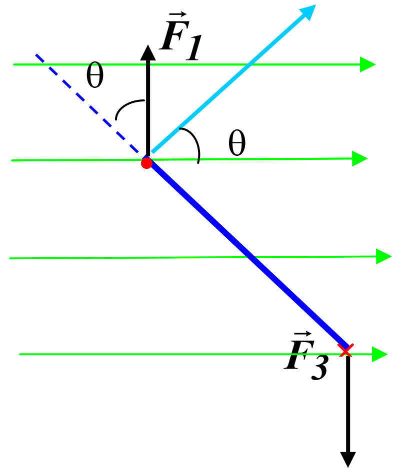
$ab = A$ (area della spira) $\Rightarrow$

la spira ruota soggetta ad un momento $\boldsymbol{\tau = iAB\, sen\theta}$

Generalizzando:

si osserva che *θ è anche l' angolo fra la normale alla spira e la direzione del campo. Introducendo il vettore superficie $\vec{A} = A\vec{n}$ si può scrivere:*

$$\boxed{\vec{\tau} = i \cdot \vec{A} \times \vec{B}}$$



Se si hanno N spire (avvolgimenti) identiche si ottiene una bobina piana che sente un momento N volte più grande $\vec{\tau} = i \cdot N \cdot \vec{A} \times \vec{B}$.

*Definito **il momento di dipolo magnetico** di una spira (bobina) $\vec{\mu}_B = Ni\vec{A}$ si può dire che una bobina percorsa da corrente in un campo magnetico tende a ruotare con momento $\vec{\tau} = \vec{\mu}_B \times \vec{B}$ in modo da portare $\vec{\mu}_B$ a disporsi parallelamente alla direzione del campo* ($\vec{\tau}_B = 0$).

Questo appena visto è lo schema base dei ***motori elettrici*** dove con specifici accorgimenti tecnici (più bobine incrociate e/o opportune inversioni del verso della corrente) si fa in modo che $\vec{\tau}_B$ non sia mai nullo anzi sia costante. *Un motore elettrico è quindi un dispositivo che trasforma energia elettrica (necessaria a far circolare le correnti) in energia meccanica.*