

Carica elettrica e campo elettrico

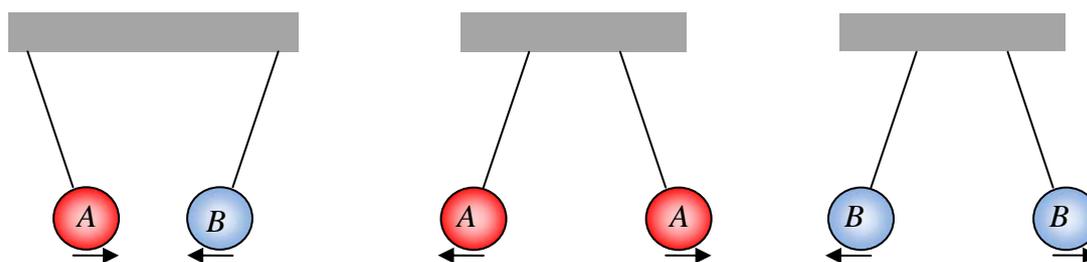
1) La carica elettrica.

Si nota che strofinando con un panno di lana un pezzo di plastica, questo diviene capace di attirare dei piccoli pezzi di carta ovvero di esercitare delle forze. Tale fenomeno è detto *elettrizzazione per strofinio* (dal nome greco antico *elektron* di un radice resinosa che mostra questo comportamento) e le forze che si manifestano sono dette *forze elettriche*.

Facciamo delle osservazioni sperimentali:

- strofiniamo una sferetta di vetro su lana ottenendo una elettrizzazione di *tipo A*
- strofiniamo una sferetta di plexiglass su lana ottenendo una elettrizzazione di *tipo B*

Trattandosi di materiali diversi è lecito supporre che il *tipo A* ed il *tipo B* siano diversi fra loro e notiamo che le due sferette, opportunamente sospese, si attraggono. Due sferette identiche elettrizzate allo stesso modo invece si respingono.



Elettrizzando per strofinio sferette diverse su materiali diversi, si nota che:

- se una di esse è attratta dal *tipo A*, è respinta dal *tipo B*,
- se una di esse è attratta dal *tipo B*, è respinta dal *tipo A*,

e ciò ci permette di concludere che ci **sono solo e soltanto due tipi di elettrizzazione.**

Per convenzione l'elettrizzazione di *tipo A* è detta *positiva* (+) ed associata ad una "*carica*" *positiva*, l'elettrizzazione di *tipo B* è detta *negativa* (-) ed associata ad una "*carica*" *negativa*, intendendo la "*carica*" una nuova proprietà della materia. (E' solo in base a questa convenzione storica che oggi diciamo che gli elettroni sono negativi e protoni positivi). Si può quindi affermare che **cariche dello stesso segno si respingono, cariche opposte si attraggono.** (1)

Oggi sappiamo che la materia è fatta di atomi ovvero di particelle cariche (elettroni e protoni) e possiamo dire che l'elettrizzazione per strofinio avviene perché alcuni elettroni passano da un corpo all'altro durante lo strofinio; il materiale che acquista elettroni diviene negativo mentre l'altro, che li cede, diviene positivo.

Lo studio dei fenomeni elettrici generati da configurazioni di cariche stabili nel tempo (*stazionarie*) è detto *elettostatica* ed è qui di seguito affrontato.

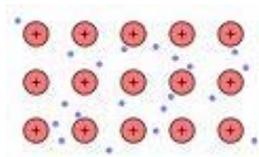
2) Conduttori ed isolanti

Elettrizzando per strofinio un'asticella di vetro (bachelite, plexiglass) si trova che solo l'area strofinata si carica. Se invece elettrizziamo per strofinio un'asticella di metallo (rame, alluminio, argento), mantenuta tramite una impugnatura di legno, si nota che tutta l'asticella si carica; la carica prodottasi nell'area strofinata si muove nelle altre zone del metallo.

Dobbiamo concludere che ci sono materiali che permettono alle cariche di muoversi liberamente al loro interno, che chiameremo *conduttori elettrici*, e materiali che non permettono alle cariche di spostarsi facilmente dalla posizione in cui sono poste, che chiameremo *isolanti elettrici*. Questa proprietà sarà quantificata in seguito introducendo il concetto di *resistività*.

Il legno è un isolante, il nostro corpo un conduttore; questo fa sì che se cerchiamo di elettrizzare per strofinio un'asticella di metallo tenendola direttamente con una mano non si osserva l'elettrizzazione. La carica dell'asticella "si scarica" attraverso il nostro corpo.

I migliori conduttori sono tutti i metalli proprio in conseguenza del legame chimico con cui essi si costituiscono: *il legame metallico*. Gli atomi del metallo hanno in genere pochi elettroni di valenza che sono facilmente delocalizzabili in un reticolo di atomi metallici caricati positivamente.



Si può immaginare un metallo come un reticolo di ioni positivi tenuti uniti da una nuvola di elettroni di valenza in comune a tutto il reticolo. Di conseguenza si hanno elettroni liberi di muoversi all'interno di tutto il reticolo.

3) La forza elettrica: la legge di Coulomb

Si trova con esperienze di laboratorio che, date due cariche q_1 ed q_2 , con q_2 a distanza r_{21} da q_1 , fra loro esiste una interazione detta *forza elettrica* calcolabile come:

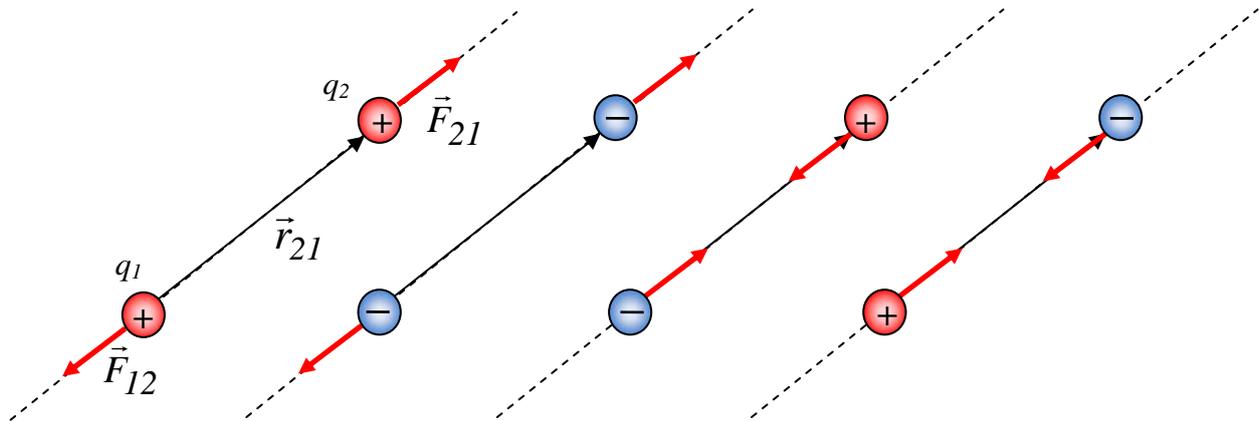
$$(2) \quad \vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} \quad \text{con} \quad \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \quad \text{e} \quad k \text{ costante dimensionale.}$$

Per tener conto dell'affermazione (1), nella formula (2) ed in seguito, le cariche q sono grandezze con segno: $-|q|$ per cariche negative, $+|q|$ per cariche positive.

$$\vec{F}_{21} = k \frac{(+|q_1|) \cdot (+|q_2|)}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} = k \frac{(-|q_1|) \cdot (-|q_2|)}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} = k \frac{(|q_1|) \cdot (|q_2|)}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} \Rightarrow \vec{F}_{21} \text{ concorde con } \hat{r}_{21}$$

$$\vec{F}_{21} = k \frac{(+|q_1|) \cdot (-|q_2|)}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} = k \frac{(-|q_1|) \cdot (+|q_2|)}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} = -k \frac{(|q_1|) \cdot (|q_2|)}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} \Rightarrow \vec{F}_{21} \text{ disconcorda con } \hat{r}_{21}$$

Quindi la forza è repulsiva per cariche dello stesso segno, attrattiva per cariche di segno opposto.



Scelto il **Coulomb (C)** come unità di misura della carica (come sarà chiarito in seguito), l'equazione (2) richiede che k abbia le dimensione di $\frac{N \cdot m^2}{C^2}$; generalmente viene scritto $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ e risulta sperimentalmente $\epsilon_0 = 8.86 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$ (*costante dielettrica del vuoto*). La (2) diviene

(3)
$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21}$$
 legge di Coulomb

Si trova sperimentalmente che per la forza elettrica vale il principio di sovrapposizione. Se una carica q è in presenza di più cariche q_i ciascuna delle quali esercita una forza \vec{F}_i , la forza totale su q è semplicemente $\vec{F}_T = \sum \vec{F}_i$.

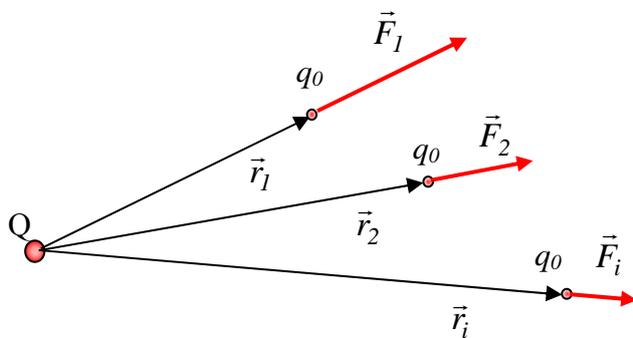
Altre osservazioni sperimentali:

- a) **la carica è quantizzata** ossia essa può presentarsi solo come multiplo intero n di una quantità minima e ($q = ne$) con $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Questa quantità minima si è scoperto successivamente, essere la carica dell'elettrone.
- b) **la carica si conserva**

4) Il campo elettrico

Consideriamo una carica Q in punto O dello spazio, che assumiamo origine del sistema di riferimento e una carica q_0 posta in un punto P_1 individuato da \vec{r}_1 ovvero nei punti P_2, P_3, \dots, P_i

individuati rispettivamente da $\vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_i$. Siano le cariche entrambe positive. La carica q_0 sente nelle diverse posizioni la forza di Coulomb.



$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r_1^2} \hat{r}_1 \Rightarrow \frac{\vec{F}_1}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_1^2} \hat{r}_1$$

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r_2^2} \hat{r}_2 \Rightarrow \frac{\vec{F}_2}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_2^2} \hat{r}_2$$

.....

$$\vec{F}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r_i^2} \hat{r}_i \Rightarrow \frac{\vec{F}_i}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_i^2} \hat{r}_i$$

Si osserva che in ogni punto la quantità $\frac{\vec{F}_i}{q_0}$ dipende solo dalla carica Q nell'origine O e dalla posizione del punto \vec{r}_i infatti essa è pari a $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_i^2} \hat{r}_i$. Possiamo quindi pensare di assegnare ad ogni punto dello spazio intorno a Q (ovvero in ogni posizione \vec{r}_i) una nuova proprietà, che chiameremo **campo elettrico**, definita come:

$$\vec{E}(\vec{r}_i) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_i^2} \hat{r}_i \quad (4) \quad \text{tale che la forza elettrica possa essere scritta come:}$$

$$\vec{F}_i = q_0 \vec{E}(\vec{r}_i) = q_0 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_i^2} \hat{r}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r_i^2} \hat{r}_i \quad (5)$$

Abbiamo di conseguenza due modi per l'interpretare l'interazione fra le cariche elettriche.

- a)** La legge di Coulomb dice che la forza elettrica si manifesta come azione istantanea fra le cariche Q e q_0 .
- b)** La relazione (4) dice che una carica Q crea in ogni punto dello spazio circostante una nuova proprietà (il campo \vec{E}) che esiste solo in quanto è presente Q . Un eventuale altra carica q_0 interagisce con il campo sentendo una forza elettrica $\vec{F}_e = q_0 \vec{E}$

Fenomeni che vedremo successivamente (l'energia associata al campo e le onde elettromagnetiche) indicano, in modo inequivocabile, che **il campo elettrico è la vera realtà fisica** e quindi il meccanismo che porta a manifestarsi della forza elettrica è quello in **(b)**.

Generalizzando: **le cariche elettriche generano un campo elettrico \vec{E}** che può essere determinato in ogni posizione \vec{r} misurando la forza elettrica \vec{F}_e che qui sente una piccola carica di prova q_0 come:

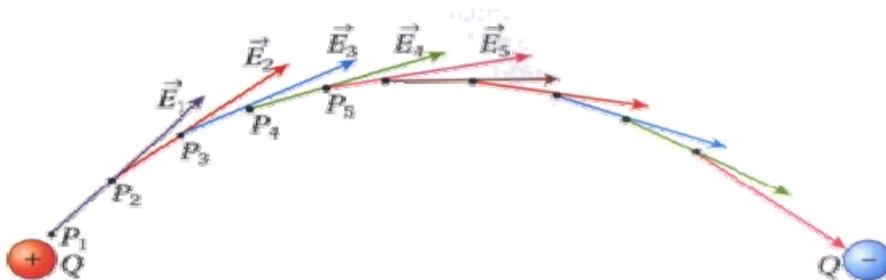
$$(6) \quad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}_e(\vec{r})}{q_0} \quad \text{da cui:} \quad \vec{F}_e(\vec{r}) = q_0 \vec{E}(\vec{r}).$$

La (4) è quindi l'espressione del campo elettrico generato da una carica puntiforme. Esso decresce come $1/r^2$. Si nota che \vec{E} è concorde con \vec{r} se Q è positiva, mentre \vec{E} è discorde con \vec{r} se Q è negativa.

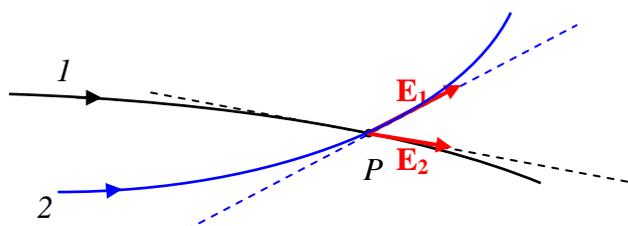
5) Linee di campo

Ad ogni generico punto P_i di uno spazio dove è presente un campo \vec{E}_i , essendo questo una grandezza vettoriale, è associata una direzione. Possiamo costruire una curva tale che:

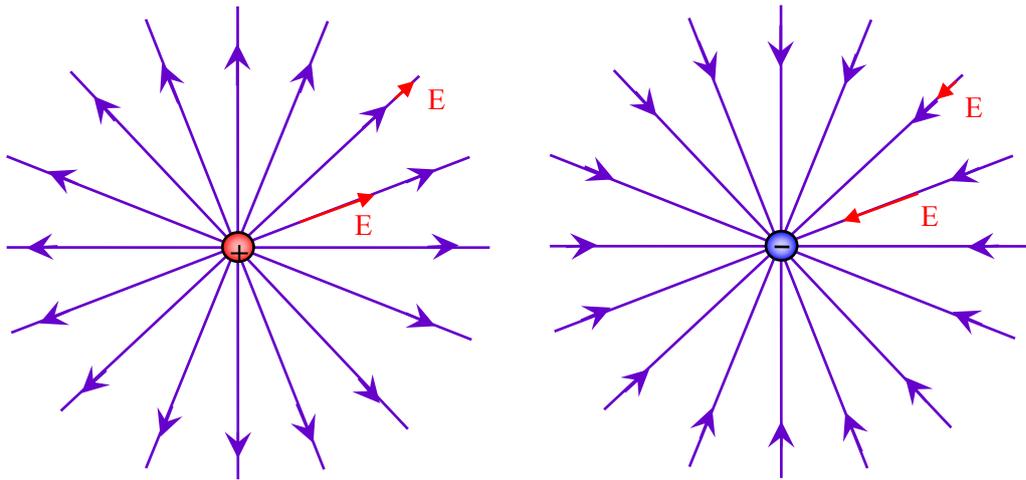
- la direzione della tangente in ogni punto della curva coincida con la direzione del campo in quel punto
- il verso assegnato ad essa "coincida" con quello del campo.



Tali linee sono dette **linee di campo** e servono per dare una descrizione grafica del campo. Le linee di campo non possono intersecarsi. Infatti nell'eventuale punto di intersezione P di due linee di campo avremmo due valori per il campo, uno per ognuna delle tangenti in P alle singole curve. Ciò non è possibile per la definizione di campo elettrico (6) che associa univocamente un solo valore di campo ad ogni punto dello spazio.



Nel caso del campo generato da una carica puntiforme, i vettori \vec{E} hanno tutti la direzione radiale, quindi le linee di campo devono essere linee radiali.



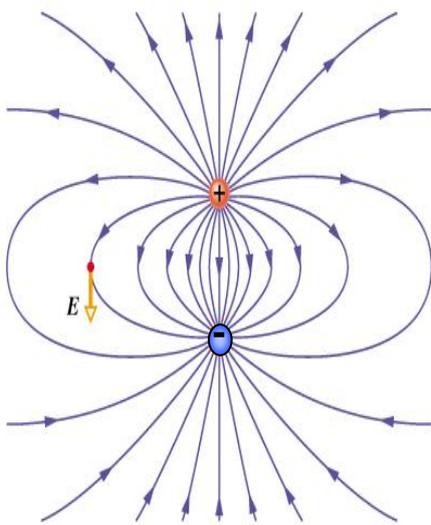
Si nota che:

- 1) le linee di campo sono uscenti dalla carica positive ed entranti nella carica negativa.
- 2) dove le linee di campo sono più dense, è più intenso il campo elettrico.

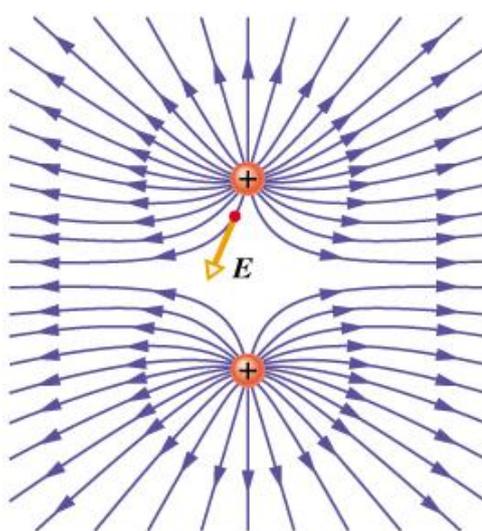
Conseguenza della (2), un campo uniforme è rappresentato da linee di campo parallele ed equidistanziate.

6) Il principio di sovrapposizione

Se abbiamo n cariche, $q_1, q_2, q_3, \dots, q_i$, ciascuna di esse crea nello spazio un campo elettrico rispettivamente $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \dots, \vec{E}_i$, in ogni punto dello spazio. Come conseguenza del principio di sovrapposizione della forza elettrica segue che il campo totale \vec{E}_T , in ogni punto dello spazio, è semplicemente: $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_i = \sum_i \vec{E}_i$ Esempi:



*Campo \vec{E}_T di due cariche uguali
ma di segno opposto*

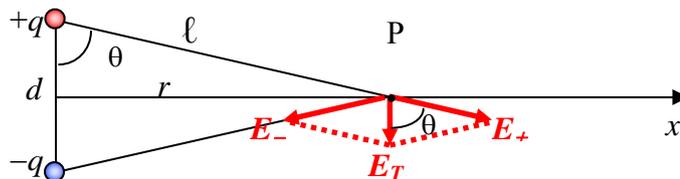


*Campo \vec{E}_T di due cariche uguali
e dello stesso segno*

7) Un esempio importante: Il dipolo elettrico.

Esso è sistema di due cariche q uguali ed opposte distanti fra loro una distanza d .

Calcoliamo, con il principio di sovrapposizione, il campo in un punto P dell'asse del segmento congiungente le due cariche, a distanza r dallo stesso.



Se \vec{E}_+ e \vec{E}_- sono i campi elettrici generati rispettivamente da $+q$ e $-q \Rightarrow \vec{E}_T = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$

$$\text{con } E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\ell^2}.$$

Le componenti lungo x dei campi \vec{E}_+ e \vec{E}_- sono uguali ed opposte, mentre le componenti perpendicolare ad x sono uguali e concordi, quindi nel punto P il campo \vec{E}_T è perpendicolare alla asse x ed il suo modulo è $E_T = 2E_+ \cos \theta$ con $\cos \theta = (d/2)/\ell \Rightarrow$

$$E_T = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\ell^2} \frac{(d/2)}{\ell} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{\ell^3}; \text{ osservando che } \ell = \sqrt{(d/2)^2 + r^2} \Rightarrow$$

$$E_T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{\left((d/2)^2 + r^2\right)^{3/2}}.$$

Il caso interessante si presenta quando $r \gg d$.

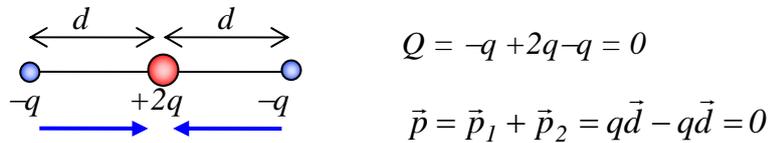
$$\text{In tal caso } \left((d/2)^2 + r^2\right)^{3/2} \cong (r^2)^{3/2} = r^3 \quad \Rightarrow \quad E_T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{r^3}$$

A grande distanza da un dipolo si ha che:

a) Il campo dipende dal prodotto qd e non da q e d separatamente. La quantità $\vec{p} = q\vec{d}$ (orientata dalla carica negativa verso quella positiva) è detto **momento di dipolo**.

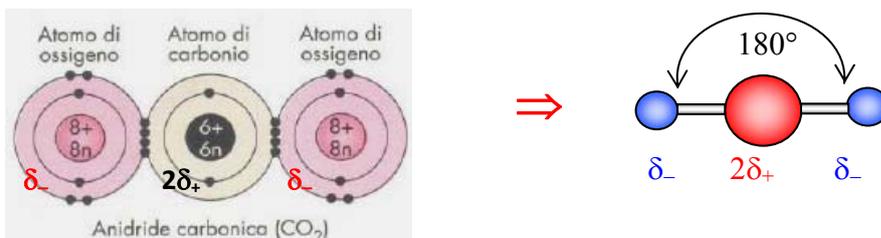
b) Esiste un campo decrescente come $1/r^3$, conseguenza del fatto che il sistema di cariche ha una carica totale $Q = 0$, ma momento di dipolo $p \neq 0$.

Se abbiamo un sistema di più cariche, con la carica totale $Q = 0$, distribuite in modo che il momento di dipolo totale è nullo ($p = 0$), si trova che il campo totale, a grande distanza, sarà decrescente come $1/r^4$. Si dice che il sistema ha un **momento di quadrupolo** $p_q = qd^2$



Sistemi di cariche con carica totale nulla ma con distribuzioni asimmetriche delle cariche di segno opposto (che creano momenti di dipolo, quadrupolo, ottupolo, ecc) si riscontrano nelle molecole.

Esempio di molecole complessivamente neutre ma con una distribuzione di carica tale da generare un dipolo (dette **molecole polari**) sono ad esempio le molecole H_2O ($p = 6.1 \cdot 10^{-30}$ Cm), HCl ($p = 3.4 \cdot 10^{-30}$ Cm); NH_3 ($p = 5.0 \cdot 10^{-30}$ Cm); mentre esempio di molecole con momento di quadrupolo sono le molecole di CO_2 , BF_3 , CF_4 .



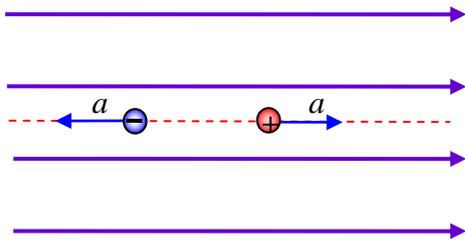
Molecole neutre, ma con momenti di dipolo, quadrupolo, ottupolo, ecc. creano dei campi elettrici che decrescono come $1/r^3$, $1/r^4$, $1/r^5$ che sono all'origine delle forze di interazioni (a corto raggio) fra le molecole (**forze molecolari**).

Moto di cariche in campo elettrico.

Si devono solo applicare le leggi della dinamica. Se abbiamo un particella di massa m e carica q in un campo \vec{E} , essa risentirà di una forza $\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow$

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}. \text{ Dobbiamo in più ricordare che } q \text{ può essere positiva o negativa.}$$

1) Carica in campo uniforme con velocità iniziale parallela al campo.



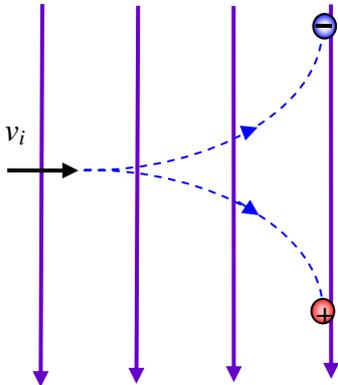
Moto rettilineo uniformemente accelerato

$$\text{con } \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

\vec{a} concorde con \vec{E} se q positivo

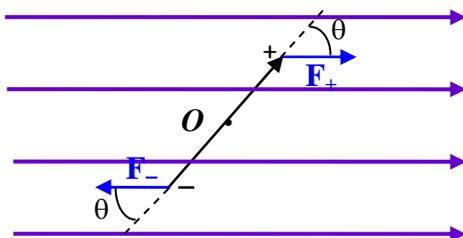
\vec{a} discorde con \vec{E} se q negativo

2) Carica in campo uniforme con velocità iniziale perpendicolare al campo.



Moto parabolico con $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

3) Dipolo in campo uniforme.



$$\vec{F}_+ = q_+ \vec{E} = q\vec{E}$$

$$\vec{F}_- = q_- \vec{E} = -q\vec{E}$$

$$|\vec{F}_+| = |\vec{F}_-| = qE \Rightarrow \vec{F}^R = 0$$

quindi non c'è traslazione del dipolo

Le due forze generano un momento non nullo, infatti rispetto ad O, punto medio di d , abbiamo:

$$\vec{\tau}_+ = \vec{r} \times \vec{F}_+ \quad \vec{\tau}_- = \vec{r} \times \vec{F}_- \quad \text{con } \vec{\tau}_T = \vec{\tau}_+ + \vec{\tau}_-$$

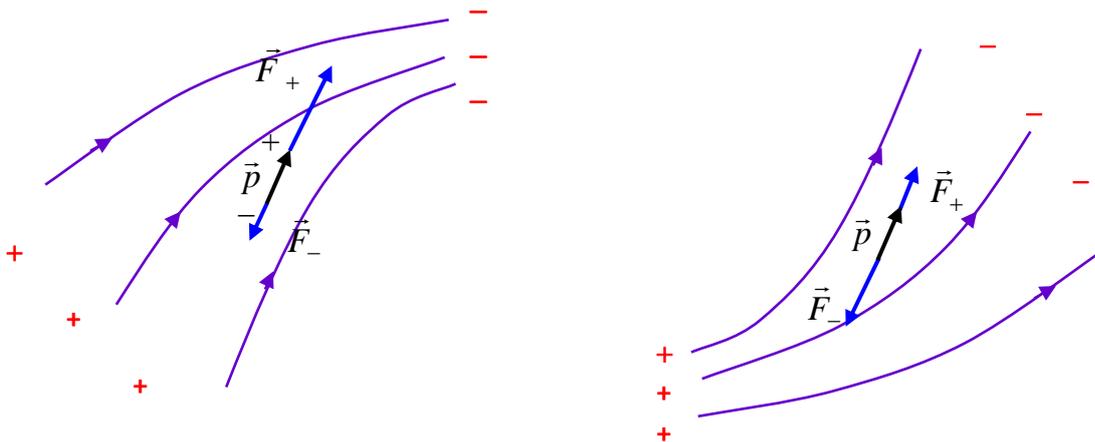
I due momenti $\vec{\tau}_+$ e $\vec{\tau}_-$ sono paralleli e concordi (perpendicolare al piano del disegno ed entranti)

$$\text{inoltre } |\vec{\tau}_+| = |\vec{\tau}_-| = \frac{d}{2} qE \sin \theta \Rightarrow \tau_T = 2 \left(\frac{d}{2} qE \sin \theta \right) = qdE \sin \theta \Rightarrow \vec{\tau}_T = \vec{p} \times \vec{E}$$

Il dipolo risente di un momento che lo fa ruotare fino ad orientare il momento di dipolo \vec{p} parallelamente al campo \vec{E} . In tale configurazione $\theta = 0 \Rightarrow \vec{\tau}_T = 0$ ed il dipolo resta in quiete.

4) Dipolo in campo non uniforme.

La prima azione del campo è di far ruotare il dipolo orientando \vec{p} parallelamente al campo \vec{E} .



La carica del dipolo nella zona dove il campo è più intenso sente una forza, orientata verso la zona di campo più intenso, maggiore di quella che sente l'altra carica, orientata verso zone di campo meno intenso. La risultante delle forze è pertanto diversa da zero ed è orientata verso zone crescenti del campo.

Conclusione: il dipolo prima viene orientato parallelamente al campo, poi attratto verso le zone dove il campo è più intenso.