

## Il campo Magnetico e sue azioni

### 1) Definizione operativa del campo magnetico

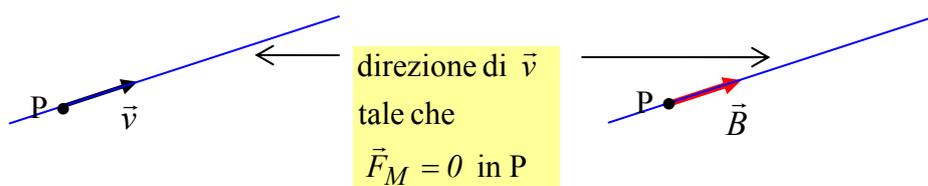
Era nota sin dall'antichità l'esistenza di alcune sostanze in grado di esercitare delle azioni su piccoli pezzi di materiali ferrosi: un piccolo ago ferroso viene ruotato e quindi attratto. I primi pezzi di roccia che mostravano questa proprietà provenivano da una zona dell'Asia Minore chiamata Magnesia e di qui il nome di *fenomeni magnetici* e di *magnetismo*. Questi fenomeni magnetici non sono spiegabili con le forze meccaniche o elettriche, ma richiedono una nuova interazione. I materiali (magnetite) che manifestano queste proprietà sono detti *magneti naturali*.

Lo studio di questi fenomeni divenne più rilevante quando si scoprì (C. Oerster, nel 1820) che anche fili percorsi da corrente elettrica provocavano, nello spazio circostante, gli stessi *fenomeni magnetici*.

In analogia con l'introduzione della grandezza "campo elettrico", si assume che fili percorsi da corrente e/o magneti naturali creano una nuova proprietà dello spazio, detta *campo magnetico*  $\vec{B}$ , che si manifesta esercitando una forza, *forza magnetica*  $\vec{F}_M$ , sui materiali ferrosi.

Per definire  $\vec{B}$ , procediamo sperimentalmente in una zona dove esso è non nullo, misurando per ogni punto dello spazio, la forza  $\vec{F}_M$ . Si osserva che:

- si risente di un'azione, forza  $\vec{F}_M$ , anche su una carica  $q$  ma solo se questa è in movimento (con velocità  $\vec{v}$ ),
- il modulo di  $\vec{F}_M$  è direttamente proporzionale a  $q$ ,
- il modulo di  $\vec{F}_M$  è, per una fissata direzione di  $\vec{v}$ , direttamente proporzionale a  $v$ ,
- per ogni punto dello spazio, c'è una direzione di  $\vec{v}$  per la quale si ha  $\vec{F}_M = 0$  sebbene  $q \neq 0$  e  $v \neq 0$ .  
Per definizione, si assume la direzione  $\vec{B}$  in quel punto, coincidente con tale direzione di  $\vec{v}$ .



- il modulo di  $\vec{F}_M$  è direttamente proporzionale al seno dell'angolo minore ( $\theta$ ) fra le direzioni di  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$ .

Quindi: per ogni punto dello spazio,  $F_M \propto qv \sin \theta$  e si definisce **B, in modulo**,

scrivendo  $F_M = qvB \sin \theta \Rightarrow$

$$B = \frac{F_M}{qv \sin \theta} \quad (1)$$

- la direzione di  $\vec{F}_M$  è sempre perpendicolare a  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$  in modo che:  $\vec{F}_M = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (2).$

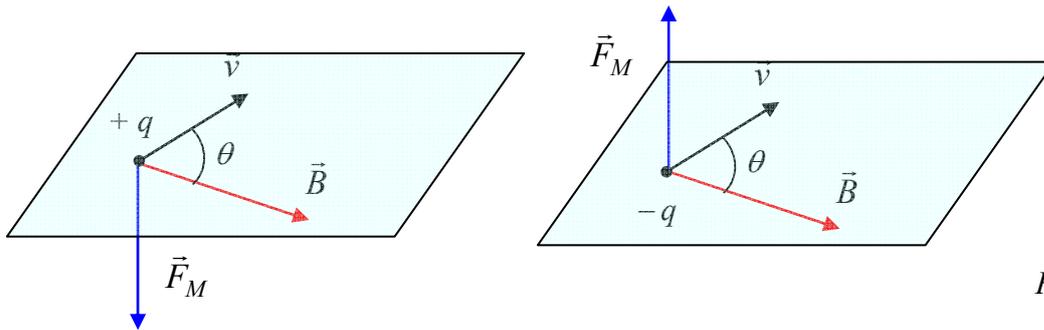


Fig. 1

Le equazioni (1) e (2) sono rispettivamente la definizione di **Campo Magnetico** e di **Forza Magnetica**. La (2) è spesso indicata come **forza di Lorentz**.

L'equazione (1) fissa l'unità di misura di  $\vec{B}$  nel sistema MKSA detta **Tesla (T)**:

$$\frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} = \frac{N}{\frac{C}{s} \cdot m} = \frac{N}{A \cdot m} = T = \text{Tesla}.$$

Molto usato è anche il **gauss (G)**:  $1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$ .

Il campo  $\vec{B}$ , definito punto per punto tramite la (1), può essere rappresentato tramite **linee di campo** ricordando che:

- la direzione della tangente alla linea di campo in un punto fornisce la direzione di  $\vec{B}$  in quel punto,
- la densità delle linee di campo è direttamente proporzionale all'intensità di  $\vec{B}$ .

**Osservazione 1):**  $\vec{F}_M$  è sempre perpendicolare a  $\vec{v}$  e pertanto non modifica il modulo  $\vec{v} \Rightarrow v = \text{cost} \Rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2 = \text{cost} \Rightarrow \Delta K = 0$ . Ricordando il teorema dell'energia, segue che lavoro fatto da  $\vec{F}_M$  è sempre nullo.

**Osservazione 2):** la Terra ha un campo magnetico le cui linee di campo sono schematicamente indicate in fig. 2. Si nota che l'asse magnetico (asse di simmetria del campo magnetico) non coincide con l'asse terrestre; fra i due assi c'è un angolo di circa  $11^\circ$ . Sulla superficie terrestre, il valore del campo varia in intensità, dall'equatore ai poli, da circa  $2 \cdot 10^{-4}$  a  $7 \cdot 10^{-4}$  T.

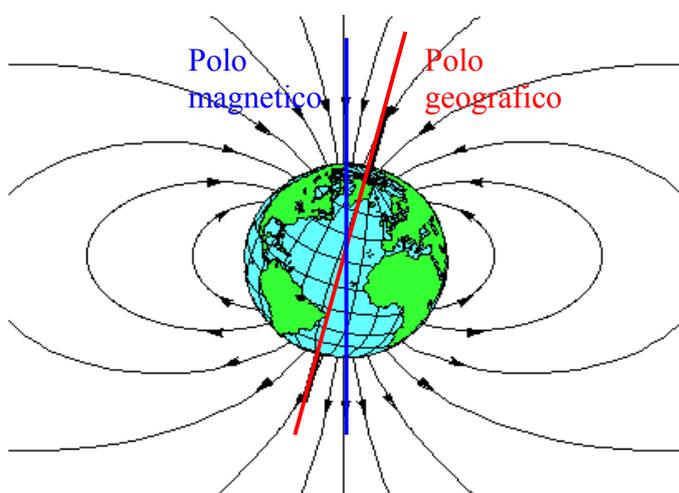


Fig. 2

## 2) Moto di cariche in Campo Magnetico

Consideriamo una particella di massa  $m$  e carica puntiforme  $+q$  in moto con velocità  $\vec{v}$  perpendicolare a un campo  $\vec{B}$  uniforme (vedi fig. 3).

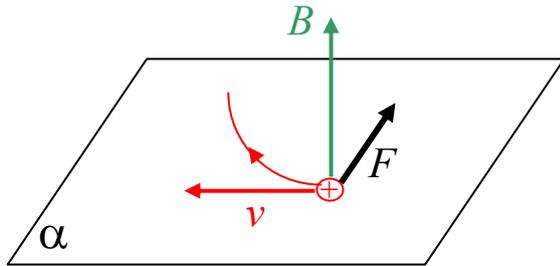


Fig. 3a) vista prospettica

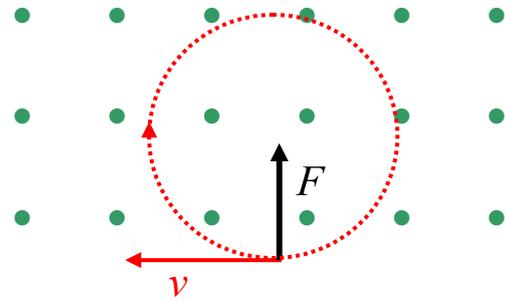


Fig. 3b) nel piano  $\alpha$ , ( $B$  verso l'alto).

Sulla carica è esercitata la forza magnetica  $\vec{F}_M = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$  che è:

- 1) sempre perpendicolare a  $\vec{v} \Rightarrow v$  costante in modulo ma variabile in direzione.
- 2) costante in modulo  $\Rightarrow$  la direzione di  $\vec{v}$  varia in modo costante  $\left( \frac{d\hat{v}}{dt} = \text{costante} \right) \Rightarrow$  la tangente alla traiettoria varia in modo costante  $\Rightarrow$  la traiettoria è una circonferenza.

Da 1 e 2 segue che: **il moto della carica è circolare uniforme.**

La forza centripeta necessaria al moto è fornita dalla forza magnetica:

$$F_c = m \frac{v^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} \quad (R = \text{raggio dell'orbita}).$$

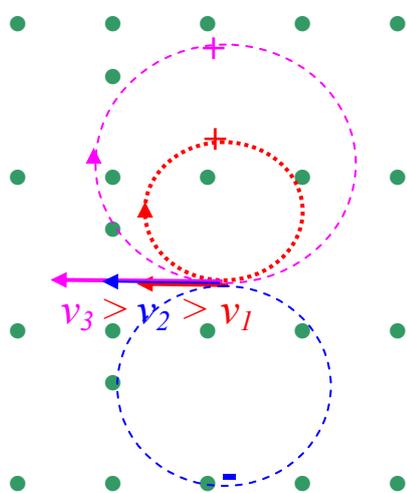
Il periodo  $T$  (tempo necessario per compiere un giro completo) è fissato da:

$$2\pi R = Tv \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v} \frac{mv}{qB} \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{qB} \Rightarrow \text{Il periodo } T \text{ non dipende dalla velocità.}$$

A parità di  $m$ ,  $q$ ,  $v$  in campi magnetici più intensi le orbite sono circonferenze più piccole.

A parità di  $m$ ,  $q$ ,  $B$  particelle con velocità maggiori si muovono su circonferenze di raggio maggiore (vedi fig. 4a); la maggiore lunghezza della circonferenza è compensata dalla maggiore velocità e un giro completo è percorso sempre nello stesso tempo. A parità di  $q$ ,  $m$ ,  $B$  particelle di segno diverso si muovono su orbite in diverse (vedi fig. 4a).

A parità di  $v$ ,  $B$  particelle di diverso rapporto  $q/m$  si muovono su orbite diverse (vedi fig. 4b); questo effetto può essere usato per selezionare particelle con diverso rapporto  $q/m$  (spettrometro di massa).



- Fig. 4a

$B$  verso l'alto

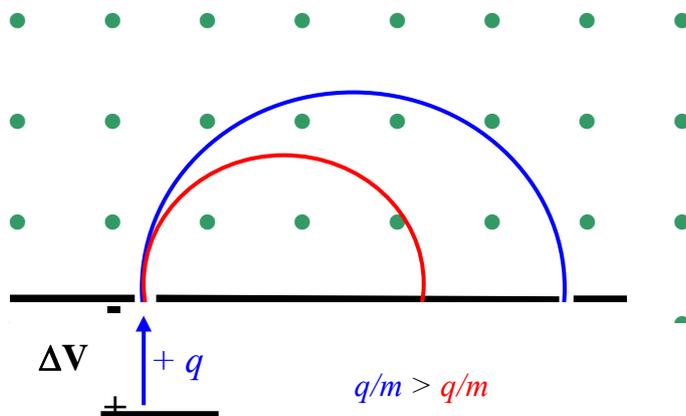


Fig. 4b

Se la velocità  $\vec{v}$  non è perpendicolare a un campo  $\vec{B}$  uniforme, essa può essere scomposta in una componente  $v_{\parallel} = v \cos \phi$  parallela e in una componente  $v_{\perp} = v \sin \phi$  perpendicolare a  $\vec{B}$  (vedi fig. 5).

Nella direzione parallela a  $\vec{B}$ , la forza  $\vec{F}_M = q \cdot \vec{v}_{\parallel} \times \vec{B} = 0$ , quindi **il moto è rettilineo uniforme**.

Nella direzione perpendicolare a  $\vec{B}$  la forza  $\vec{F}_M = q \cdot \vec{v}_{\perp} \times \vec{B} \neq 0$  quindi **si ha un moto circolare uniforme** di raggio  $r = \frac{mv_{\perp}}{qB}$  e  $T = \frac{2\pi m}{qB}$

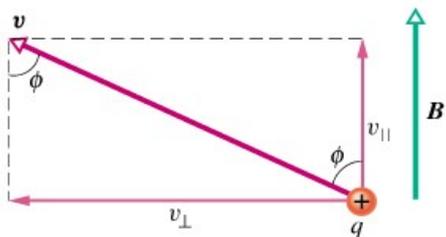


Fig. 5

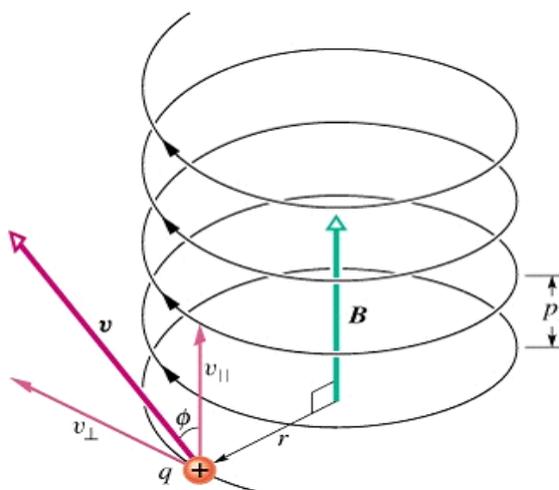


Fig. 6

**Il moto risultante è un'elica** di raggio costante  $r$  e di passo costante  $p = v_{\parallel} \cdot T$  (vedi fig. 6).

Se la velocità  $\vec{v}$  non è perpendicolare al campo  $\vec{B}$  e/o il campo non è uniforme, si ha ancora una spirale ma in questo caso sia  $r$  che  $p$  variano con il campo (fig. 7).

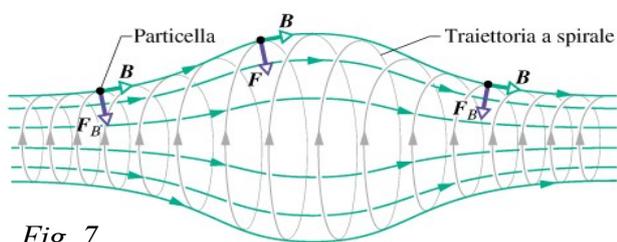


Fig. 7

Dove il campo è molto intenso la particella subisce “riflessione” (ossia la velocità longitudinale si inverte) e se ciò succede ad entrambi gli estremi delle linee di forza la particella resta intrappolata in una così detta “bottiglia magnetica”.

Questo meccanismo in prossimità della Terra da origine alle fasce di Van Allen e alle aurore boreali

Alcune particelle cosmiche (protoni ed elettroni) restano intrappolate per lungo tempo spiraleggiando nel campo magnetico terrestre (fig. 8a).

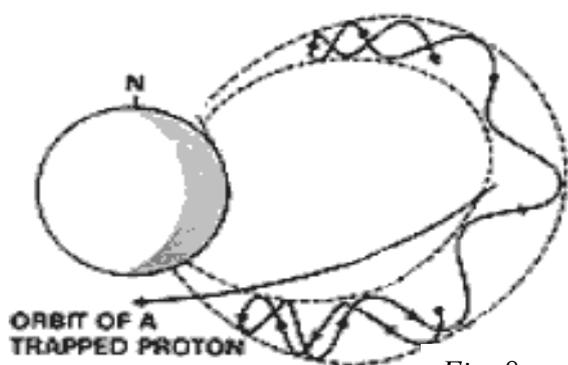


Fig. 8

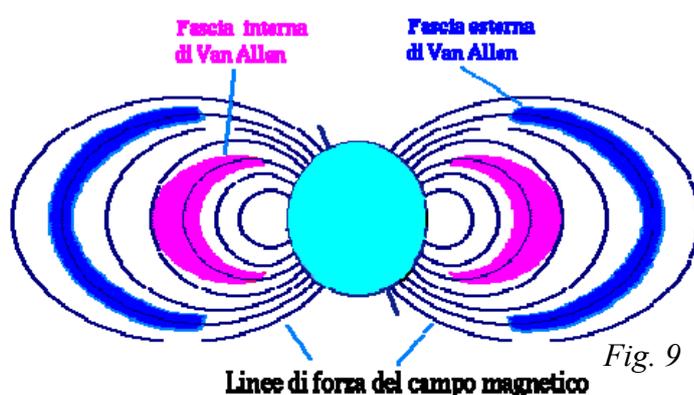


Fig. 9

Le zone in cui le particelle restano intrappolate prendono il nome di fasce di radiazione o di Van Allen. La Terra possiede due fasce di radiazione: una interna, relativamente compatta, situata ad un'altezza di circa 3000 km e composta da protoni di alta energia (10-100 MeV) e una esterna, una vasta regione costituita da protoni ed elettroni di energia molto inferiore (fig. 9).

Le particelle cariche, collidendo con gli atomi dell'atmosfera, li portano in uno stato eccitato (più energetico). In seguito gli atomi perdono questa energia emettendo luce visibile originando le aurore boreali. (Fig. 10).



Fig. 10

### 3) Azione del Campo Magnetico su un filo percorso da corrente

La corrente è un moto di cariche  $\Rightarrow$

cariche in movimento interagiscono con i campi magnetici  $\Rightarrow$

**un filo percorso da corrente deve interagire con i campi magnetici.**

Consideriamo la situazione in fig. 11: un filo rettilineo di sezione A percorso da corrente  $i$  in un campo magnetico  $B$  uniforme e perpendicolare al filo.

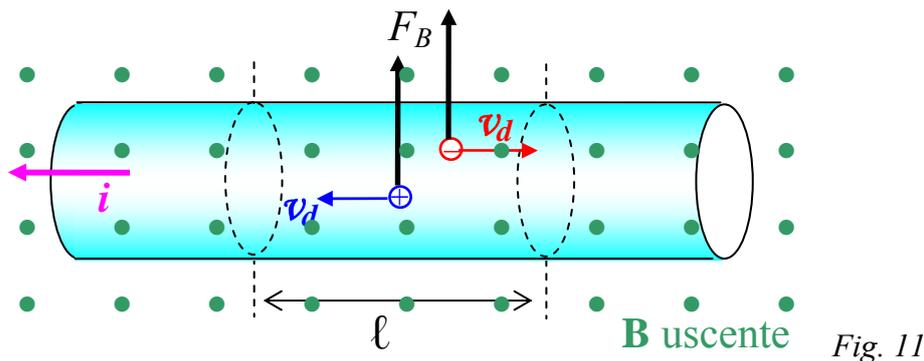


Fig. 11

Sulla carica  $q$  del singolo portatore di conduzione si ha:

$$\vec{F}_M = q \cdot \vec{v}_d \times \vec{B} \Rightarrow F_M = qv_d B \sin 90^\circ = qv_d B$$

(notare che il verso di  $F_B$  è lo stesso per portatori positivi o negativi)

Ricordando che:

$$i = J \cdot A = q \cdot n \cdot v_d \cdot A \Rightarrow v_d = i / qnA \Rightarrow F_B = qBi / qnA = Bi / nA$$

Per un tratto  $\ell$  di filo, il numero totale di portatori è  $N = nA\ell$  e quindi la **forza totale  $F$**  esercitata su essi **ovvero sul filo** è:

$$F = N \cdot F_M = nA\ell \cdot F_M = nA\ell \cdot Bi / nA = i\ell B.$$

Il risultato è generalizzabile:

*se abbiamo un corrente  $i$  che scorre in un tratto  $d\ell$  di filo immerso in un campo magnetico  $\vec{B}$  costante, sul tratto di filo è esercitata un'azione meccanica di una forza:*

$$\boxed{d\vec{F} = i \cdot d\vec{\ell} \times \vec{B}}$$

dove  $d\vec{\ell}$  è un vettore avente modulo  $d\ell$ , direzione del tratto  $d\ell$  e verso quello di  $i$ .

Se  $\vec{B}$  è costante su un tratto finito di filo  $\ell$ , integrando la precedente si ottiene:  $\vec{F} = i \cdot \vec{\ell} \times \vec{B}$ .

#### 4) Azione del Campo Magnetico su una spira percorsa da corrente

Consideriamo una spira piana (rettangolare di lati  $a$  e  $b$ ) percorsa da una corrente  $i$  immersa in un campo  $\vec{B}$  uniforme e costante, con  $\vec{B} \perp$  lato  $a$  (fig. 12a,b)

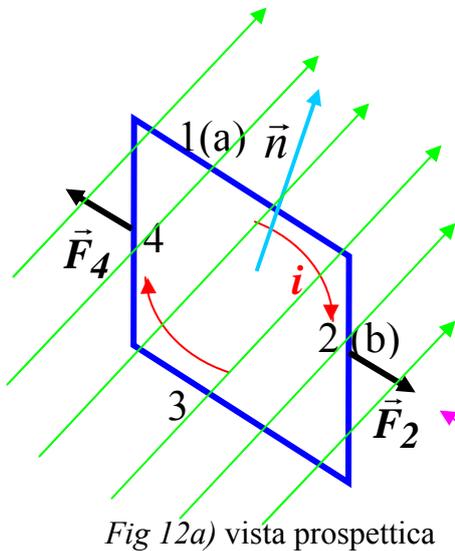


Fig 12a) vista prospettica

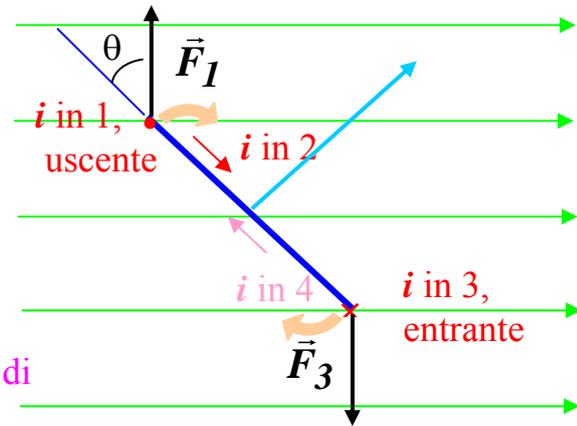


Fig 12a) vista da una direzione  $\perp \vec{B}$

(verso di  $\vec{n}$  dato dalla regola della mano destra rispetto al verso di  $i$ )

ricordando  $\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}$  si ha:

- 1) Sui lati 2 e 4 abbiamo  $\vec{F}_{2(4)} = i\vec{b} \times \vec{B}$  con  $\vec{F}_2 = -\vec{F}_4$  nello stesso piano della spira  $\Rightarrow$  **nessun effetto se la spira è rigida**
- 2) Sui lati 1 e 3 abbiamo  $\vec{F}_{1(3)} = i\vec{a} \times \vec{B}$ . Poiché l'intensità di corrente è la stessa e i lati hanno la stessa lunghezza (osservare che  $\vec{a} \perp \vec{B}$ ) segue che  $F_1$  e  $F_3$  hanno stesso modulo ( $= iaB$ ), agiscono lungo direzione parallele e hanno verso opposto ovvero costituiscono **una coppia di forze**  $\Rightarrow$  non c'è traslazione ma solo **rotazione dovuta ad un momento**  $\vec{\tau}_R$

$$\vec{\tau}_R = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_3, \quad \vec{\tau}_1 = \vec{r} \times \vec{F}_1 \Rightarrow \tau_1 = \frac{b}{2} F_1 \sin \theta$$

$$\vec{\tau}_3 = \vec{r} \times \vec{F}_3 \Rightarrow \tau_3 = \frac{b}{2} F_1 \sin \theta$$

$$\vec{\tau}_1 \parallel \vec{\tau}_3 \text{ e concordi} \Rightarrow \tau_R = \tau_1 + \tau_3 = 2 \frac{b}{2} F_1 \sin \theta = b(iaB) \sin \theta = i(ab)B \sin \theta$$

$ab = A$  (area della spira)  $\Rightarrow$

la spira ruota soggetta a un momento  $\tau = iAB \sin \theta$

Generalizzando:

si osserva (fig. 13) che  $\theta$  è anche l'angolo fra la normale alla spira e la direzione del campo. Introducendo il vettore superficie  $\vec{A} = A\vec{n}$  si può scrivere:

$$\vec{\tau} = i \cdot \vec{A} \times \vec{B}$$

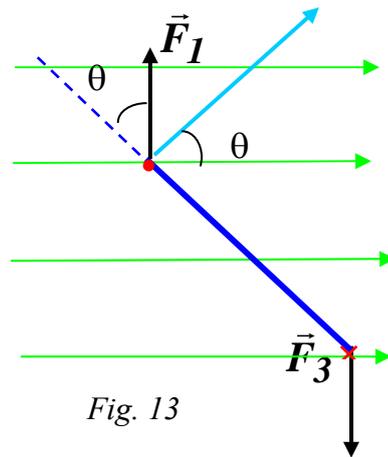


Fig. 13

Se si hanno  $N$  spire (avvolgimenti) identiche si ottiene una *bobina* piana che sente un momento totale che è  $N$  volte più grande:  $\vec{\tau} = i \cdot N \cdot \vec{A} \times \vec{B}$ .

Definito **il momento di dipolo magnetico** di una spira (bobina)  $\vec{\mu}_B = Ni\vec{A}$  si può dire che una bobina percorsa da corrente in un campo magnetico tende a ruotare con momento  $\vec{\tau} = \vec{\mu}_B \times \vec{B}$  in modo da portare  $\vec{\mu}_B$  a disporsi parallelamente alla direzione del campo (dove  $\vec{\tau} = 0$ ).

Questo appena visto è lo schema base dei **motori elettrici** (fig. 14) dove con specifici accorgimenti tecnici (più bobine incrociate e/o opportune inversioni del verso della corrente) si fa in modo che  $\vec{\tau}$  non sia mai nullo anzi sia costante. *Un motore elettrico è quindi un dispositivo che in grado di trasformare energia elettrica (necessaria a far circolare le correnti) in energia meccanica.*

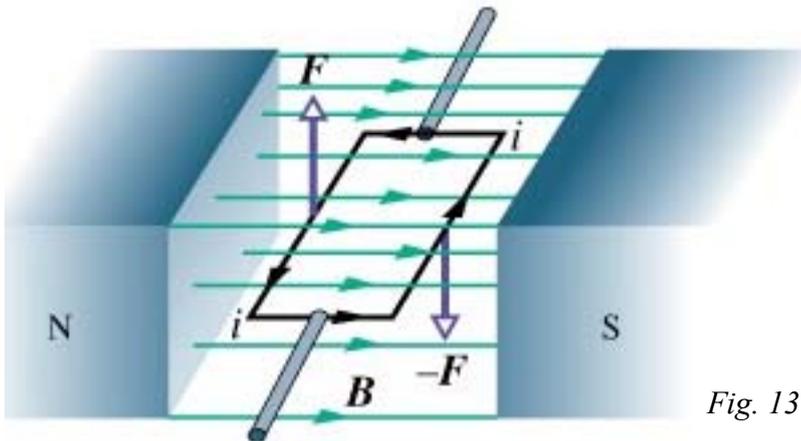


Fig. 13