Usando aria con una sovrapressione Δp di 36 N/m^2, si ottengono delle bolle di sapone di raggio R= 5 mm in un ambiente a pressione atmosferica. Calcolare la tensione superficiale dell'acqua saponata in uso ed il lavoro necessario per formare una bolla.

Per la legge di Laplace: $\Delta p = \frac{4\tau}{R} \Rightarrow \tau = \frac{R\Delta p}{4} = 45 \cdot 10^{-3}\ N/m$

Dalla definizione di tensione superficiale:

$\tau = \frac{dW}{dS} \Rightarrow dW = \tau dS \Rightarrow W = \int \tau dS = \tau \Delta S$ essendo τ costante

$\Delta S = S_{fin} - S_{iniz}$, dove $S_{iniz} = 0$ mentre

$S_{fin} = 4\pi R_{in}^2 + 4\pi R_{est}^2 = 2(4\pi R^2)$ poichè $R_{in} \approx R_{est} \approx R$,

quindi $\Delta S = S_{fin} - S_{iniz} = 2(4\pi R^2) - 0 = 8\pi R^2$

e pertanto $W = \tau 8\pi R^2 = 1.0 \cdot 10^{-5}\ J$

Un goccia di liquido, di raggio R = 5 mm e di sovrappressione Δp = 28 N/m^2, viene divisa in tante gocce identiche di raggio r_i = 1 mm. Calcolare la tensione superficiale del liquido ed il lavoro necessario per ottenere tutte le gocce più piccole.

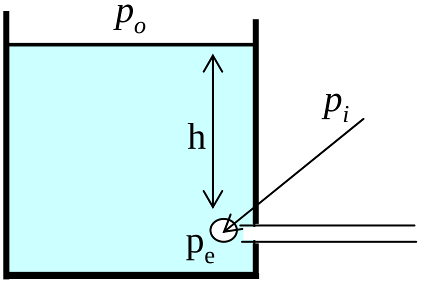
da Laplace $\Delta p = \frac{2\tau}{R} \Rightarrow \tau = \frac{R\Delta p}{2} = 7\ 10^{-2}\ N/m$

numero di gocce identiche $n = \frac{V_{Tot}}{V_i} = \frac{(4/3)\pi R^3}{(4/3)\pi r_i^3} = \left(\frac{R}{r_i}\right)^3 = 125$

dalla definizione $\tau = \frac{W}{\Delta S} \Rightarrow W = \tau \Delta S$ con

$\Delta S = S_{fin} - S_{iniz} = n4\pi r_i^2 - 4\pi R^2 = 1.25\ 10^{-3}\ m^2$ quindi W = $2.8\ 10^{-5}$ J

L'estremità di un tubo è immersa in acqua ad una profondità h = 20 m. In esso è pompato un gas con una pressione $p_i = 2.979 \cdot 10^5$ Pa e all'estremità del tubo si formano delle bollicine che risalgono in superficie. Si osserva che all'inizio le bollicine hanno raggio R_i = 0.15 mm e che appena raggiungono il raggio R_f = 0.21 mm esse si rompono. Calcolare la tensione superficiale gas-acqua e la profondità h_x a cui le bollicine si rompono. Si assuma che la pressione esterna all'acqua sia $p_0 = 1.015 \cdot 10^5$ Pa e che la temperatura dell'acqua sia uniforme.



per la legge di Laplace $p_i - p_e = \dfrac{2\tau}{R_i}$

per la legge di Stevino: $p_e = p_o + \rho g h$

$\Delta p = p_i - p_e = 400$ N/m^2 $\Rightarrow \tau = \dfrac{R_i \Delta p}{2} \Rightarrow \tau = 0.03$ N/m

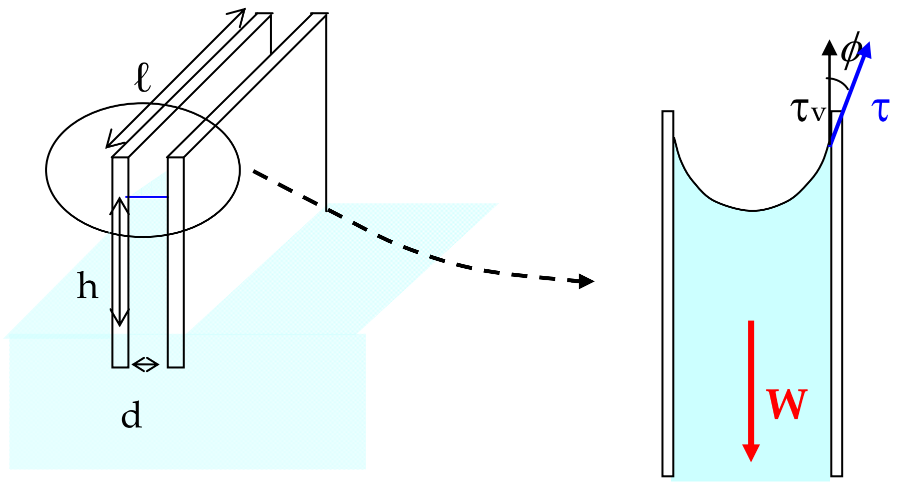
Osserviamo che :

a) le bollicine si rompono se: $p_{int} > p_{est} + \dfrac{2\tau}{R}$ b) temp. acqua costante $\Rightarrow pV = cost$

$$p_i \frac{3}{4}\pi R_i^3 = p_{i,f}\frac{3}{4}\pi R_f^3 \Rightarrow p_{i,f} = p_i\left(\frac{R_i}{R_f}\right)^3 = 1.086 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2, \text{ e } \quad p_{e,f} = p_0 + \rho g h_x \quad \Rightarrow$$

$$p_{i,f} > p_0 + \rho g h_x + \frac{2\tau}{R_f} \Rightarrow h_x < \frac{p_{i,f} - p_0 - \dfrac{2\tau}{R_f}}{\rho g} = 69 \text{ cm}$$

Calcolare l'innalzamento h dell'acqua per effetto della capillarità tra due superfici piane di vetro distanti fra loro 0.11 mm e poste verticalmente. Si assuma per il contatto acqua-vetro una tensione superficiale di 0.072 N/m ed un angolo di contatto di 0°.



$\tau_v = \tau \cos\phi \Rightarrow$

$F_{v,tot} = \tau \cos\phi \cdot L$

con $L = 2l$

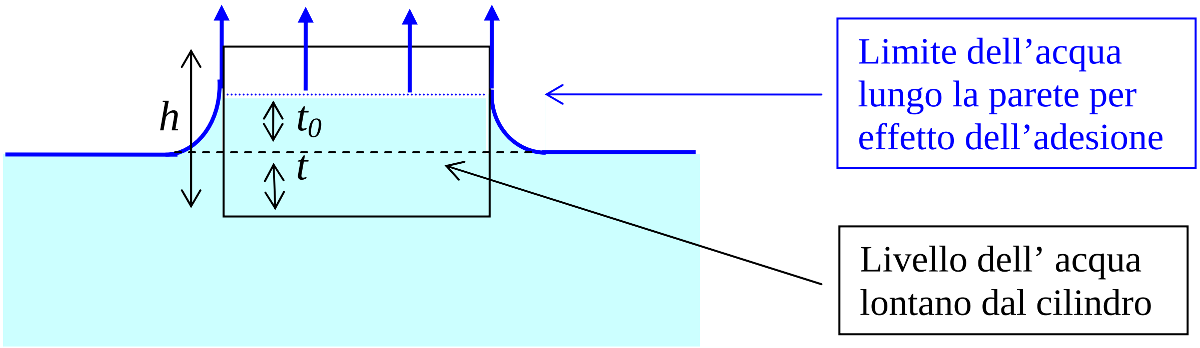
$W = mg = \rho V g$

$W = \rho(dhl)g$

all' equilibrio: $W = F_{v,tot} \Rightarrow \rho(dhl)g = \tau\cos\phi \cdot 2l \Rightarrow \rho d h g = 2\tau$ con $\cos\phi = 1$

quindi $h = \dfrac{2\tau}{\rho g d} = 0.133$ m

Un cilindretto di materiale plastico (ρ_p = $418\ m/kg^3$) di altezza h = $14\ mm$ e raggio di base r = 5 mm è posto in acqua (ρ_a = $1000\ m/kg^3$). L'acqua bagna le pareti del materiale plastico con un angolo di raccordo ϕ = $0°$. Se la tensione superficiale dell'acqua è τ = $0{,}073\ N/m$, calcolare, in modulo direzione e verso, la risultante F^R delle forze sul cilindretto dovute alla tensione superficiale e il tratto t di cui il cilindretto risulta immerso in acqua all'equilibrio.



Le forze di adesioni che causano l'innalzamento del fluido sono calcolabili, osservato che $cos\phi = 1$ da $\tau_v = \tau \Rightarrow F_{v,tot} = \tau \cdot L$ con $L = 2\pi r \Rightarrow F_{v,tot} = \tau 2\pi r$

La forza esercitata sul cilindretto è la reazione $\vec{F}^R = -\vec{F}_{v,tot}$ quindi:

$\vec{F}^R$ è verticale, verso il basso, di modulo $2.3 \cdot 10^{-3}$ N/m

All'equilibrio, detta $\vec{W}$ la forza peso, $\vec{S}$ la spinta di Arcimede, si ha:

$$\vec{W} + \vec{S} + \vec{F}^R = 0 \Rightarrow W + F^R = S$$

Forza peso del cilindretto: $W = mg = \rho_p V g = \rho_p (\pi r^2 h) g$ = $4.5 \cdot 10^{-3}$ N

Spinta di Archimede (nell'ipotesi $t_0 \ll t$): $S = \rho_a V_{im} g = \rho_a (\pi r^2 t) g$

$$W + F^R = S \Rightarrow \rho_a(\pi^2 rt)g = W + F^R \Rightarrow t = \frac{W + F^R}{\rho_a \pi r^2 g} = 8{,}8 \text{ mm}$$

(n.b. se il liquido non bagna la parete F^R è concorde con S)