Sovrapposizione di onde
(in una dimensione)

Per le onde vale il principio di sovrapposizione:
dette $y_1(x,t)$ e $y_2(x,t)$ due onde,
la loro sovrapposizione $y(x,t)= y_1(x,t)+ y_1(x,t)$ è ancora un'onda $\Rightarrow$
le singole onde non si disturbano.

La situazione è diversa se le onde hanno la stessa frequenza (ovvero la stessa lunghezza d'onda), in tal caso si ha il **fenomeno dell'interferenza**

Consideriamo due treni onde nella stessa corda con la stessa f che differiscono solo per uno sfasamento ϕ.

$y_1(x,t)= y_m \sin(kx-\omega t)$ e $y_2(x,t)= y_m \sin(kx-\omega t+\phi)$

Per il principio di sovrapposizione:

$$y(x,t)= y_1(x,t)+ y_2(x,t)= y_m [\sin(kx-\omega t+\phi)+\sin(kx-\omega t)]$$

ricordando che:

$$\sin\alpha+\sin\beta = 2 \sin(1/2)(\alpha+\beta) \cos(1/2)(\alpha-\beta) \text{ e quindi}$$

$$(1/2)\ (\alpha+\beta)=(1/2)\ (kx-\omega t+\phi+kx-\omega t)= kx-\omega t+\phi/2$$
$$(1/2)(\alpha-\beta)=(1/2)(kx-\omega t+\phi-kx+\omega t)=\phi/2$$

si ha che $y(x,t)= 2\, y_m \cos(\phi/2)\sin\,(kx-\omega t+\phi/2)$

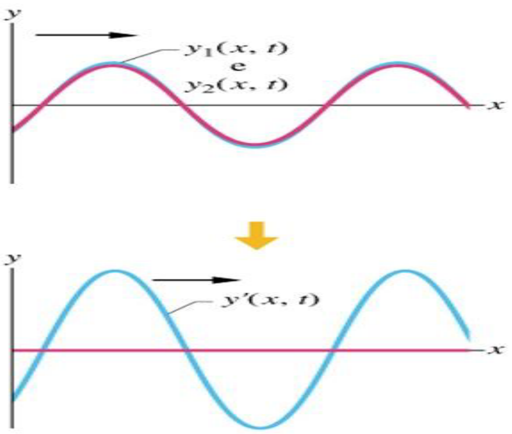
quindi la risultante $y(x,t)$:

a) è ancora un'onda
b) ha la stessa frequenza f
c) ha uno sfasamento $\phi/2$
d) ha ampiezza modulata dallo sfasamento $Y_M = 2\, y_m \cos(\phi/2)$.

La situazione **d)** è detta ***fenomeno di interferenza*** sfasamento = 0, 2π, ..

$Y_M = 2\, y_m \cos(\phi/2) = 2\, y_m$

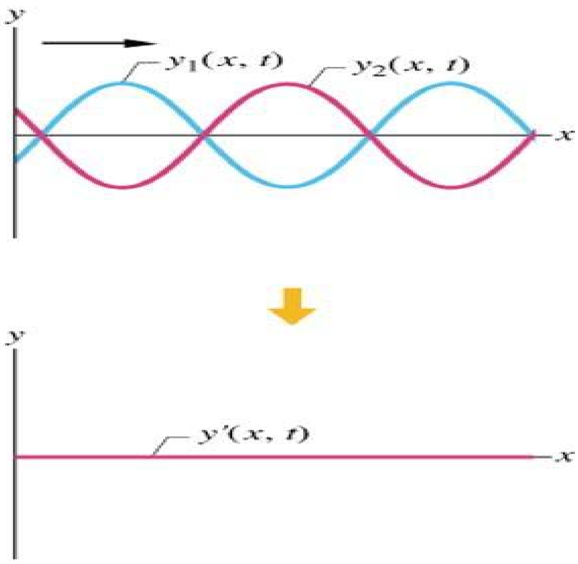
Interferenza construttiva



sfasamento =π, 3π, …

$Y_M = 2\, y_m \cos(\phi/2) = 0$

Interferenza distruttiva

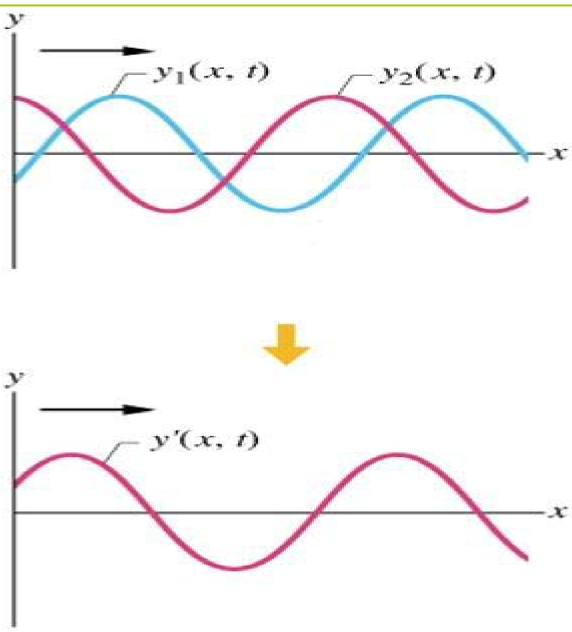


Sfasamento = 3π/2

Per $\phi \neq 0, \pi, 2\pi, \ldots$

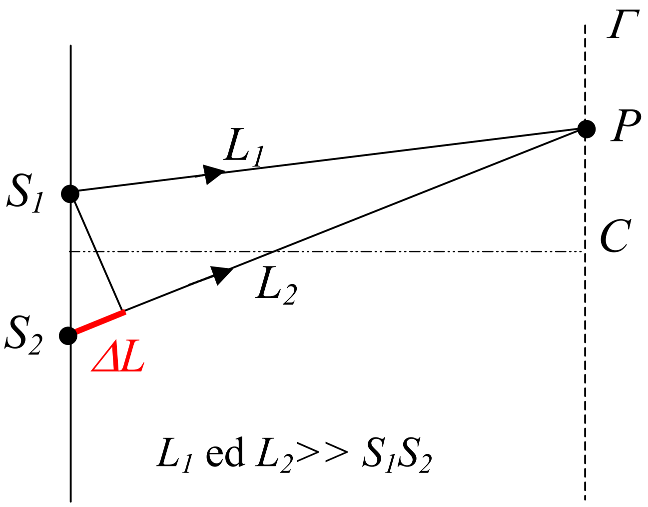
Situazione intermedia con

$0 < Y_M < 2\, y_m$



Lo stesso fenomeno può avvenire nello spazio, se consideriamo delle onde sferiche (per esempio onde sonore).

Siano S_1 e S_2 due sorgenti puntiformi di onde sonore aventi stessa ampiezza y_m, stessa lunghezza d'onda λ ed in fase fra loro (ossia alla sorgente si hanno spostamenti identici allo stesso istante) e poniamo l'attenzione a ciò che succede in un punto P.



Se $L_1 \neq L_2$, le onde per giungere in P coprono ***una differenza di cammino*** $\Delta L = |L_1 - L_2|$ che porta le onde ad essere fuori fase in P.

Ricordiamo che, per definizione di lunghezza d'onda, una differenza di fase di 2π corrisponde ad uno spostamento di una lunghezza d'onda λ, abbiamo:

$$\lambda : 2\pi = \Delta L : \phi \Rightarrow \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta L}{\phi} \Rightarrow \phi = \frac{\Delta L}{\lambda} 2\pi$$

Si ha ***interferenza costruttiva*** $Y_M = 2y_m$ quando:

$\phi = m\, 2\pi$ con $m = 0,1,2, \ldots\ldots \Rightarrow \Delta L = m\lambda$ con $m = 0,1,2, \ldots\ldots$

Si ha ***interferenza distruttiva*** $Y_M = 0$ quando:

$\phi = (m+1/2)\, 2\pi$ con $m = 0,1,2, \ldots\ldots \Rightarrow \Delta L = (m+1/2)\, \lambda$ con $m = 0,1,2, \ldots$

Naturalmente le onde generano interferenze intermedie ogni qualvolta:
$\phi \neq m2\pi$ e $\phi \neq (m+1/2)\, 2\pi$

Posto d la distanza fra le due sorgenti

D la distanza fra il piano delle sorgenti ed il piano Γ, con $D>>d$

R la distanza del punto P da C sul piano Γ

la posizione $\boldsymbol{R_{M,i}}$ dei massimi è data da:

$$\Delta L = d\,sen\theta = m\lambda \Rightarrow \theta_{M,i} = arcsen(m\lambda/d) \Rightarrow R_{M,i} = Dtg\theta_{M,i}$$

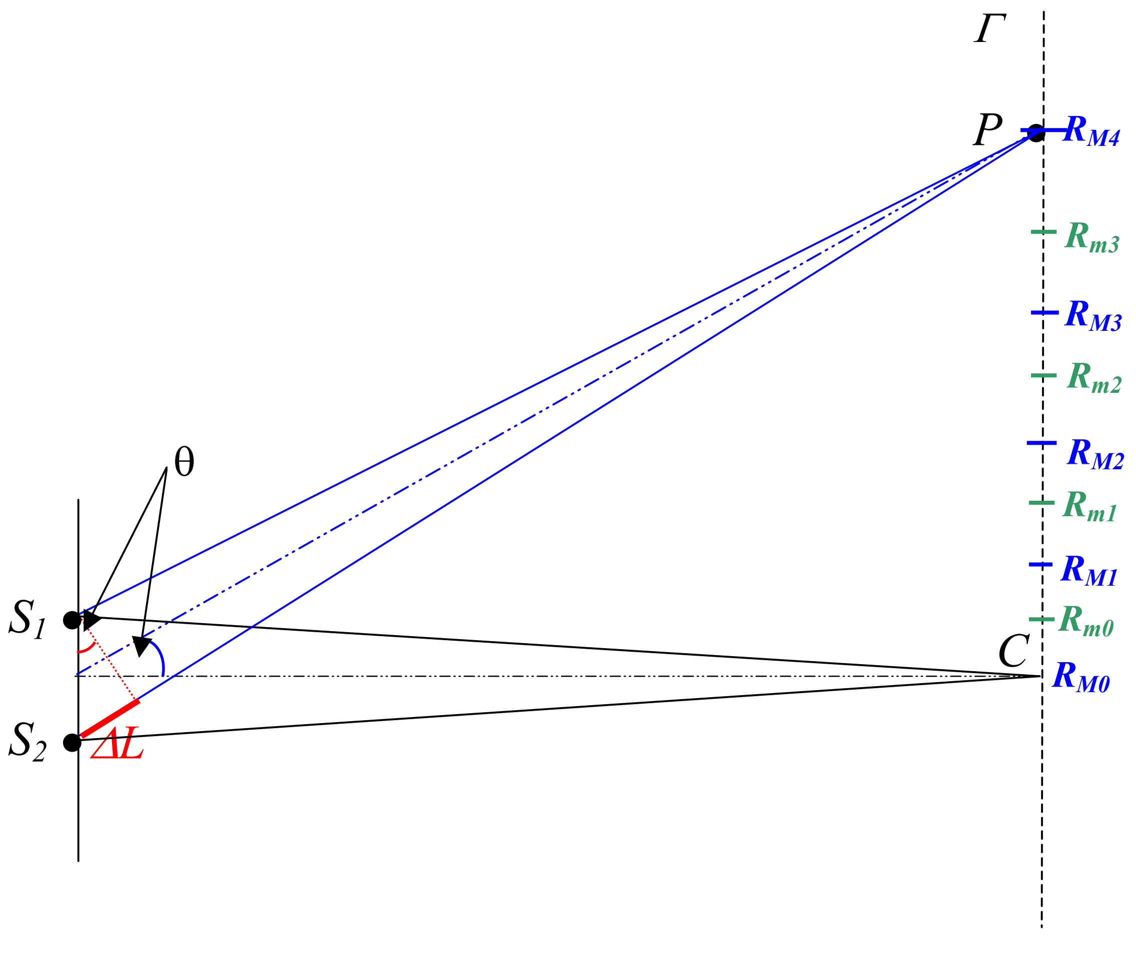
la posizione $\boldsymbol{R_{m,i}}$ dei minimi è data da:

$$\Delta L = d\,sen\theta = (m+1/2)\lambda \Rightarrow \theta_{m,i} = arcsen((m+1/2)\lambda/d) \Rightarrow R_{m,i} = Dtg\theta_{m,i}$$

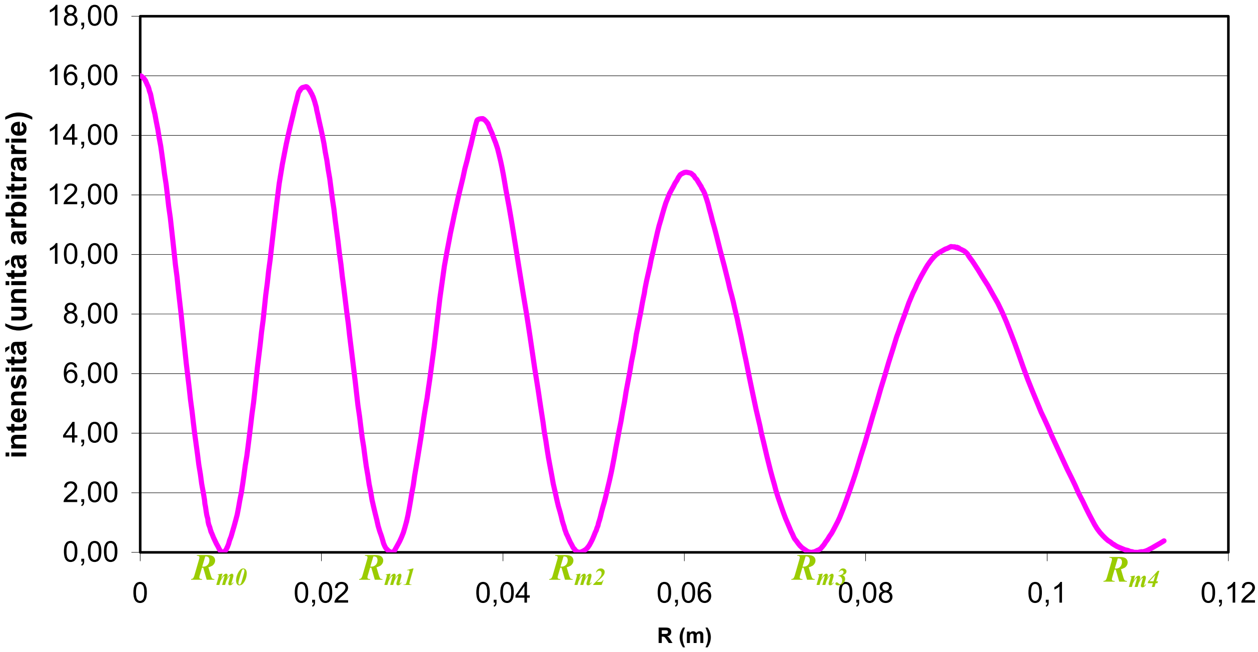
per:

$$\left.\begin{array}{l} d = 2\text{ cm} \\ D = 12\text{ cm} \\ \lambda = 3\text{ mm} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

m	θ_M	R_M (cm)	θ_μ	Rm (cm)
0	0,000	0,000	0,075	0,009
1	0,151	0,018	0,227	0,028
2	0,305	0,038	0,384	0,049
3	0,467	0,060	0,553	0,074
4	0,644	0,090	0,741	0,110
5	0,848	0,136	0,970	0,175



*Andamento dell'intensità **I** lungo **R***



$$I \propto (Y_M/L)^2$$

(proporzionale al quadrato dell'ampiezza Y_M la quale decresce con la distanza L dalla sorgente)