

## Le onde elettromagnetiche, proprietà.

Abbiamo già detto che le equazioni di Maxwell lasciano prevedere una nuova realtà fisica fatta di campi  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  che esistono nello spazio vuoto e che si autogenerano e autosostengono.

Le equazioni di Maxwell, dal punto di vista matematico, costituiscono un sistema di 4 equazioni integrali avente come incognite le espressioni dei campi  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$ , funzioni dello spazio e del tempo. La risoluzione di questo sistema, qui tralasciata, mostra che le soluzioni sono dei campi che dipendono dalla posizione nello spazio ( $r$ ), da una velocità ( $v$ ) e dal tempo di osservazione ( $t$ ) nella specifica combinazione  $r - vt$ , ossia si trova che i campi  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  sono delle onde, dette *onde elettromagnetiche*.

La risoluzione matematica delle equazioni di Maxwell mostra che le onde elettromagnetiche hanno le seguenti proprietà:

- 1) Sono delle onde trasversali ossia i campi  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  oscillano perpendicolarmente alla direzione di propagazione e sono perpendicolari fra loro, soddisfacendo alla condizione  $\hat{E} \times \hat{B} = \hat{i}$  con  $\hat{i}$  versore della direzione di propagazione (vedi fig.1)

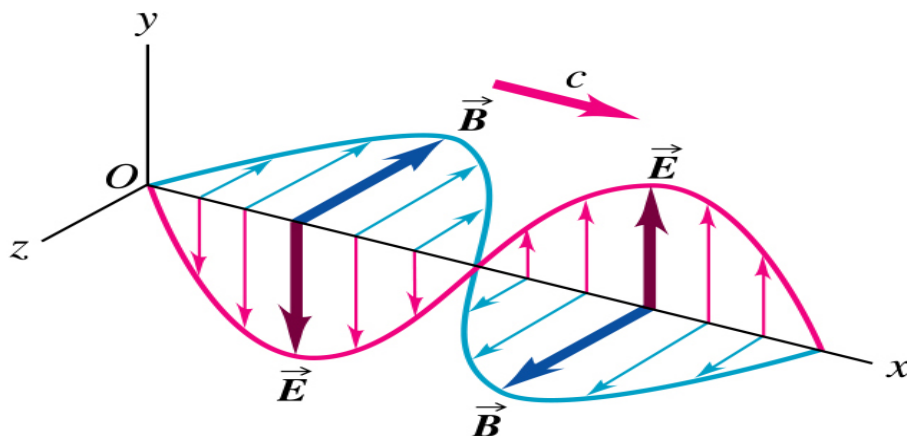


Fig. 1

- 2) Si propagano nel vuoto con una velocità  $v = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$
- 3) I moduli dei campi sono fra loro correlati:  $E = cB$  ossia  $E \gg B$
- 4) Trasportano energia associata ai campi  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  con un'intensità  $I = \epsilon_0 c E^2$
- 5) Tutte le frequenze  $f$  sono possibili ma deve sempre aversi  $\lambda f = c$

La relazione della proprietà 2 porta numericamente a:

$$\frac{I}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \frac{I}{\sqrt{8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi 10^{-7}}} \cong 3 \cdot 10^8$$

e dimensionalmente a:

$$\frac{I}{\sqrt{\frac{C^2}{Nm^2} \frac{Tm}{A}}} = \frac{I}{\sqrt{\frac{C^2}{Nm^2} \frac{N}{Am} \frac{m}{A}}} = \frac{I}{\sqrt{\frac{C^2}{m^2} \frac{I}{A^2}}} = \frac{I}{\sqrt{\frac{C^2}{m^2} \frac{s^2}{C^2}}} = \frac{I}{\sqrt{\frac{s^2}{m^2}}} = \frac{I}{\frac{s}{m}} = \frac{m}{s}$$

La proprietà 4 sarà dimostrata nel paragrafo seguente.

La velocità  $c$ , propria della propagazione delle onde elettromagnetiche, era una grandezza già presente in fisica al tempo della formulazione della teoria di Maxwell: era nota come la velocità di propagazione della luce. Questo è stato un primo indizio della validità della teoria se si assumeva però che la luce fosse un'onda elettromagnetica, cosa non ovvia per quei tempi.

Si è detto che le onde elettromagnetiche, essendo onde di campi, non richiedono la presenza di un mezzo materiale per propagarsi come invece le onde elastiche. Anche questa circostanza non era ovvia a quei tempi e, infatti, si formulò l'ipotesi, sostenuta anche da Maxwell, dell'esistenza di una sostanza imponderabile, detta *etere*, che permeava tutto l'universo e che doveva servire alla propagazione delle onde elettromagnetiche.

Questi aspetti, oggetto all'epoca di moltissime dispute, sono stati definitivamente chiariti con opportuni esperimenti. L'evidenza sperimentale della possibilità di generare e rilevare delle onde elettromagnetiche, ossia della loro esistenza, è dovuta ad **Hertz** che, tra il 1886 e il 1888, con una serie di esperimenti, raggiunse questo scopo. (Si ricorda che l'esistenza delle onde elettromagnetiche costituisce la sola e unica verifica sperimentale della teoria di Maxwell). Infine la non esistenza dell'etere fu dimostrata dall'esperienza di **Michelson e Morley** nel 1887.

### Intensità delle onde elettromagnetiche.

Un'onda trasporta energia e quindi un'onda elettromagnetica trasporterà energia associandola ai campi  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$ . Consideriamo un'onda piana (ossia con i campi  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  costanti in un piano) che si propaga lungo l'asse  $x$  e valutiamo l'energia  $\Delta U$  contenuta in un volume  $\Delta V = A\Delta x$  (vedi fig. 2) investito dall'onda. Posto  $u_E$  e  $u_B$  le densità di energia associate rispettivamente ai campi  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$ , si ha:

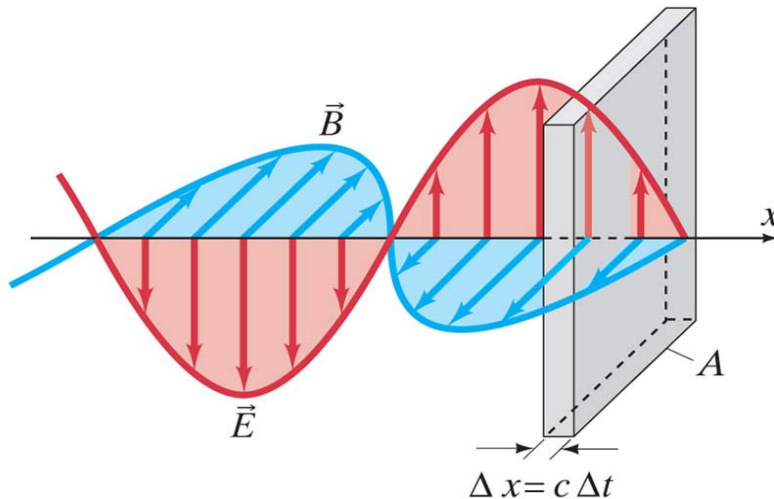


Fig. 2

$$\Delta U = (u_E + u_B)\Delta V = \left( \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \right) A\Delta x, \text{ ma } B = E/c \Rightarrow$$

$$\Delta U = \left( \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{E^2}{\mu_0 c^2} \right) A\Delta x = \left( \frac{c^2 \varepsilon_0 \mu_0 + 1}{2 \mu_0 c^2} \right) E^2 A\Delta x$$

Osservando che:  $c^2 \varepsilon_0 \mu_0 + 1 = \left( \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \right)^2 \varepsilon_0 \mu_0 + 1 = \frac{\varepsilon_0 \mu_0}{\varepsilon_0 \mu_0} + 1 = 2 \Rightarrow$

$$\Delta U = \frac{1}{\mu_0 c^2} E^2 A\Delta x, \quad \text{ma } \frac{1}{\mu_0 c^2} = \frac{1}{\mu_0 (1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0})^2} = \frac{\varepsilon_0 \mu_0}{\mu_0} = \varepsilon_0 \Rightarrow$$

$$\Delta U = \varepsilon_0 E^2 A\Delta x \quad \text{ora } \Delta x = c\Delta t \Rightarrow \quad \Delta U = \varepsilon_0 E^2 A c\Delta t$$

Quest'ultimo passaggio permette di interpretare  $\Delta U$  ossia l'energia contenuta in un volume  $\Delta V$  come *l'energia che fluisce attraverso una superficie  $A$  in un tempo  $\Delta t$  tale che  $c\Delta t = \Delta x$*  con  $\Delta V = A\Delta x = Ac\Delta t$ . L'intensità  $I$  dell'onda è di conseguenza:

$$I = \frac{\Delta U}{A\Delta t} = \frac{\varepsilon_0 E^2 Ac\Delta t}{A\Delta t} = \varepsilon_0 c E^2.$$

Se l'onda elettromagnetica è un'onda sinusoidale, ricordando che il valore medio della funzione *seno* in un periodo è  $\frac{1}{2}$ , segue che l'intensità media di un'onda sinusoidale è:

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E^2 \quad \text{ovvero equivalentemente usando } E = \frac{B}{c} \text{ e } c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$$

$$I_m = \frac{c}{2\mu_0} B^2 = \frac{EB}{2\mu_0}$$

Si riscontra nuovamente che *l'intensità dipende dal quadrato dell'ampiezza dell'onda*.

## Generazione delle onde elettromagnetiche.

Le equazioni di Maxwell permettono di dimostrare che:

- le onde elettromagnetiche sono prodotte ogni qualvolta una carica è accelerata,
- l'ampiezza dei campi dell'onda (campi radianti) decresce linearmente con la distanza.

Queste dimostrazioni non sono semplici; abbiamo visto che la seconda affermazione è imposta anche dalla conservazione dell'energia e qui vogliamo solo intuire come viene generata un'onda accelerando le cariche.

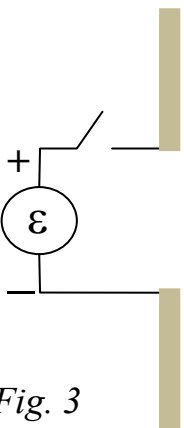
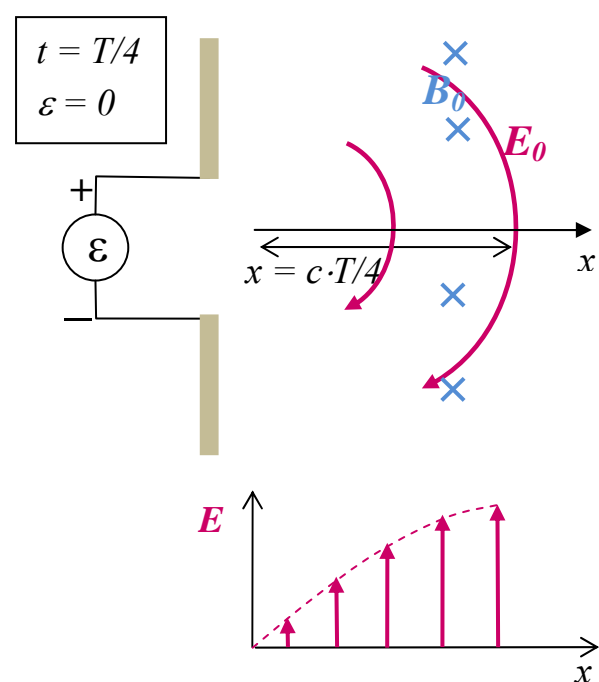
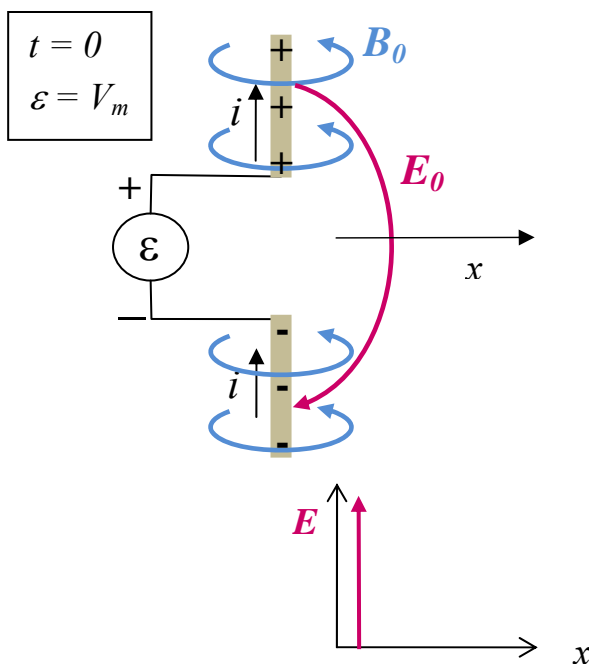


Fig. 3

Consideriamo due barrette conduttrici verticali, collegate tramite un interruttore (vedi fig. 3) ad una  $\varepsilon = \varepsilon_m \cos \omega t$  di periodo  $T$ . Al tempo  $t = 0$ , chiudiamo l'interruttore e le barrette risultano collegate ad una differenza di potenziale  $\varepsilon_m$ . Le cariche positive accelerano e migrano, dalla barretta inferiore, che di conseguenza si carica negativamente, a quella superiore, che si carica positivamente, creando nelle barrette una corrente nel verso indicato in fig. 4. La distribuzione delle cariche sulle barrette e le correnti in esse creano rispettivamente un campo elettrico  $E_0$  e un campo magnetico  $B_0$  con linee di forza e versi indicati in fig. 4.



A  $t = 0$ , i campi appaiono solo in prossimità delle barrette, mentre per raggiungere punti più lontani impiegheranno un certo tempo poiché essi si propagano con velocità  $c$ .

A  $t = T/4$ ,  $\varepsilon = 0$  e le due barrette sono equipotenziali e scariche; i campi in prossimità delle barrette sono nulli mentre i campi  $E_0$  e  $B_0$  hanno raggiunto la posizione  $x = c \cdot T/4$  (vedi fig. 5).

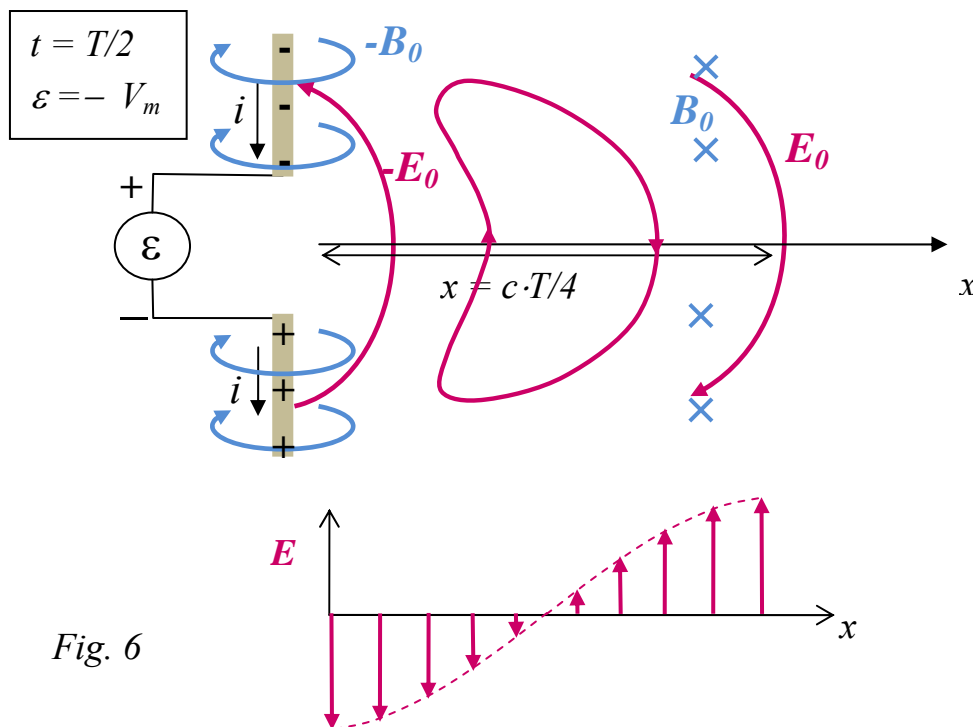


Fig. 6

Al tempo  $t = T/2$ , le barrette sono collegate a una differenza di potenziale  $-\varepsilon_m$ . Le cariche nelle barrette accelerano e migrano ora in direzione opposta a quella in  $t = 0$  e di conseguenza i versi delle correnti e dei campi in prossimità delle barrette sono opposti a quelli in  $t = 0$ , come mostrato in fig. 6. Nell'intervallo di tempo  $0 < t < T/2$ , le linee di campo si raccordano diventando linee chiuse, come imposto dalle equazioni di Maxwell. I campi  $E_0$  e  $B_0$  hanno ora raggiunto la posizione  $x = c \cdot T/2$ .

Considerando che:

a) a  $t = 3T/4$ , si ha nuovamente  $\varepsilon = 0$  con le due barrette equipotenziali e campi in prossimità delle barrette nulli,

b) a  $t = T$ , si ha  $\varepsilon = \varepsilon_m$  come per  $t = 0$ , quindi la distribuzione di cariche e i versi delle correnti nelle barrette e dei campi in prossimità delle barrette sono uguali a quelli in  $t = 0$ ,

c) le linee di campo devono essere delle linee chiuse,

si ha per  $t = T + T/4$ , quando si ha nuovamente  $\varepsilon = 0$ , la configurazione dei campi indicata in fig. 7.

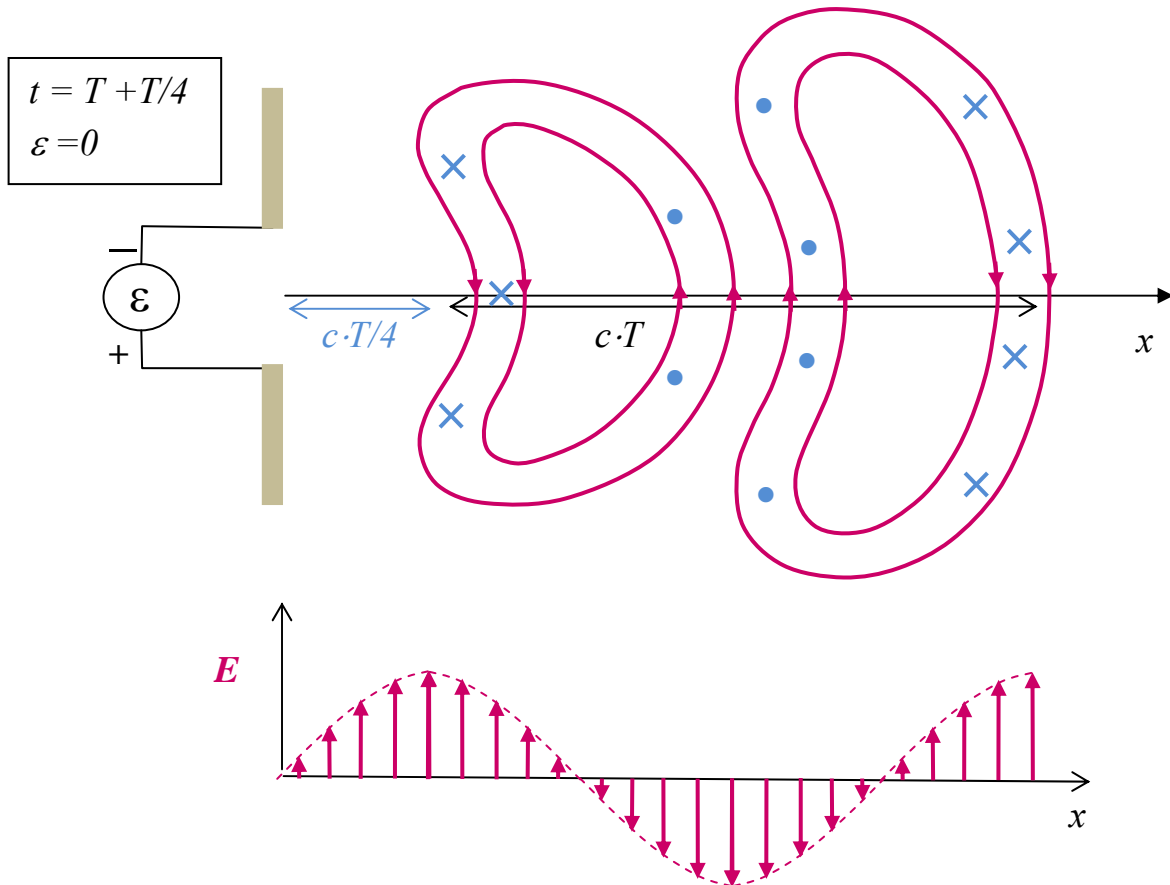


Fig. 7

Quello che abbiamo descritto è la generazione di un'onda elettromagnetica ottenuta accelerando le cariche su due barrette metallica dette *antenna trasmittente a dipolo*.

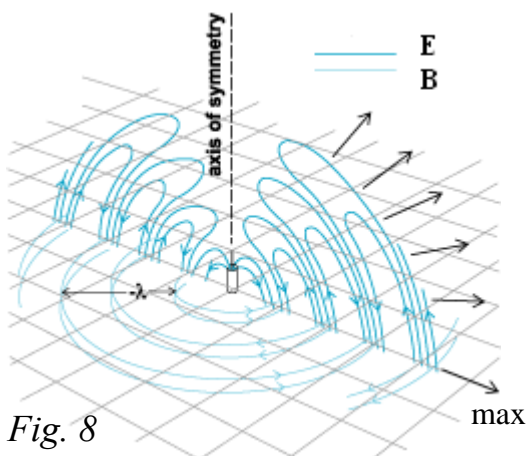


Fig. 8

La configurazione reale dei campi (vedi fig. 8) è più complicata ed è ovvio che loro propagazione avviene in tutte le direzioni ma con ampiezza massima nella direzione perpendicolare a quella del movimento accelerato delle cariche (ovvero alle barrette).

Se i campi  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$ , creati da due barrette conduttrici poste in un punto A dello spazio e collegate a una  $\varepsilon = \varepsilon_m(t)$  (come in fig. 3), incontrano in un punto B (vedi fig.9) due barrette identiche, inizialmente scariche, inducono su queste delle distribuzioni di carica ovvero una  $\Delta V(t)$ . Se la distanza fra A e B è  $d$  e quindi il tempo di propagazione è  $t_r = d/c$ , si ha che  $\Delta V(t) \propto \varepsilon(t - t_r)$ : in B, ossia con un ritardo di  $t_r$ , è riprodotta la forma temporale del segnale in A, sebbene con ampiezza ridotta.

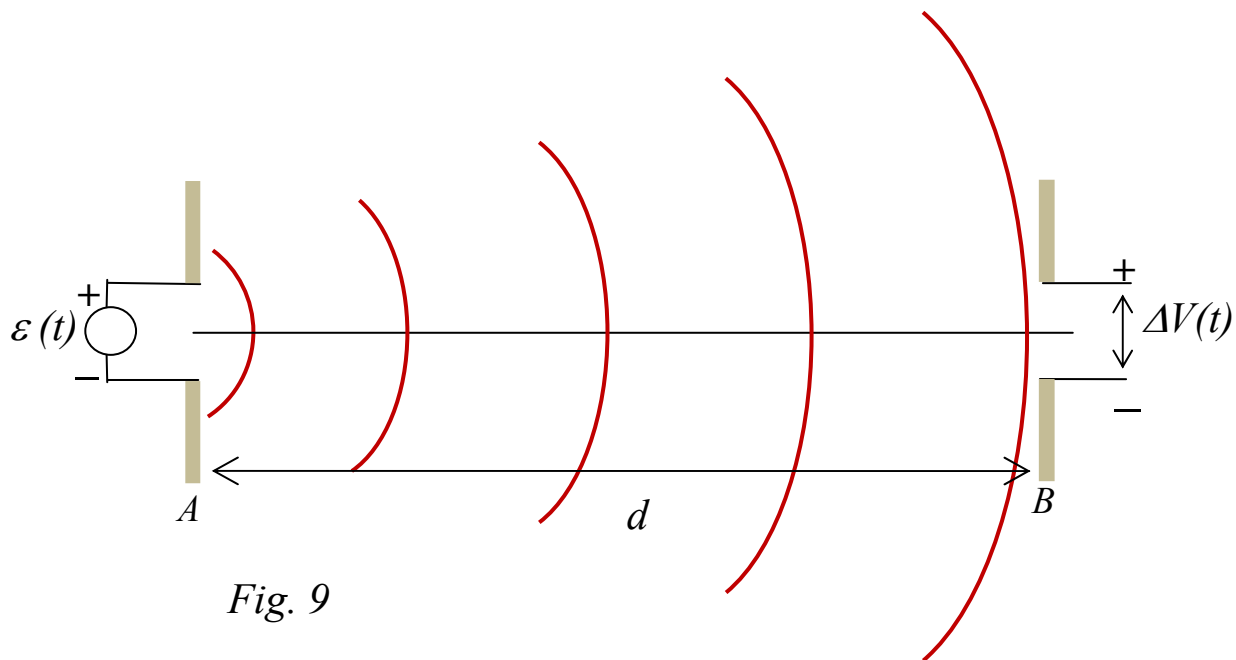


Fig. 9

Questo è il meccanismo base per la *trasmissione delle informazioni* fra un'antenna trasmittente (quella in A) e un'antenna ricevente (quella in B).

Da un punto di vista energetico abbiamo: l'antenna trasmittente trasforma la potenza elettrica di un generatore in potenza associata ai campi dell'onda elettromagnetica, questa potenza è trasportata nello spazio dall'onda e quando l'onda investe l'antenna ricevente, la potenza associata ai campi si ritrasforma in potenza elettrica.

### **Lo spettro elettromagnetico**

Abbiamo detto che la teoria di Maxwell non pone limiti alla lunghezza d'onda delle onde elettromagnetiche, ma si verifica che *la lunghezza d'onda delle onde elettromagnetiche emesse è paragonabile alle dimensioni dei percorsi lungo i quali sono accelerate le cariche.*

Esistono quindi onde elettromagnetiche di lunghezza d'onda diversissima e, ricordando che  $\lambda f = c$ , di diversissima frequenza.



L'insieme delle onde elettromagnetiche di differente frequenza è detto **spettro elettromagnetico** mostrato in fig. 10.

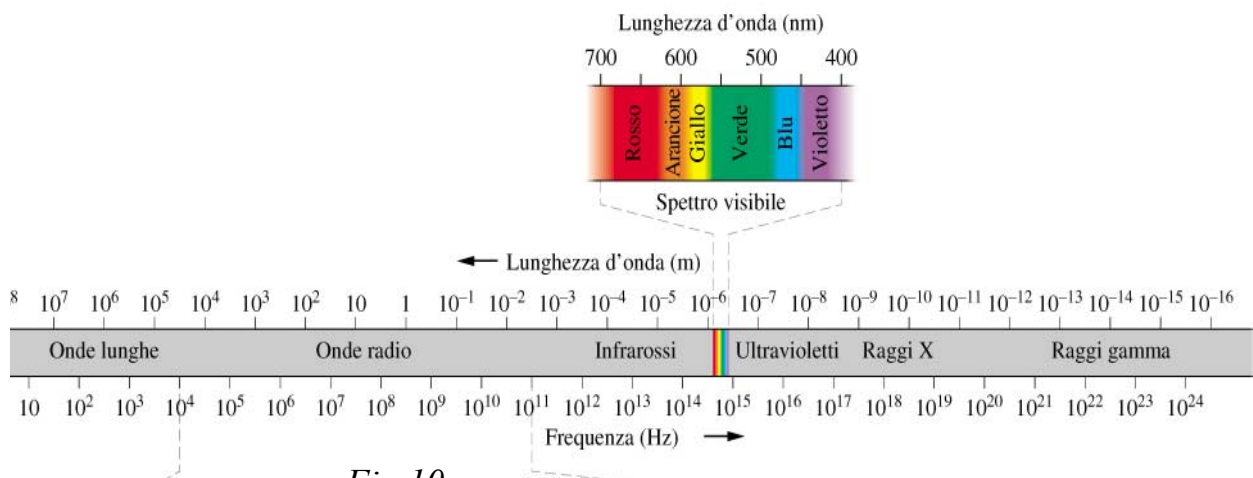


Fig 10.

Le onde elettromagnetiche in specifici intervalli di frequenze sono indicate con nomi diversi che riflettono generalmente il particolare campo di applicazione (vedi fig. 10). Le onde radio, che occupano una regione dello spettro in cui le lunghezze d'onda sono le più grandi, richiedono antenne di grandi dimensioni per essere prodotte, mentre le radiazioni infrarosse, visibili e ultraviolette sono prodotte all'interno delle molecole e degli atomi e le radiazioni gamma all'interno dei nuclei atomici.

L'energia trasportata dalle onde viene assorbita principalmente da sistemi riceventi di dimensioni paragonabili alla lunghezza d'onda e di conseguenza **le onde elettromagnetiche, a secondo della loro frequenza, interagiscono diversamente con i conduttori che incontrano e/o con la materia che attraversano.**

Le lunghezze d'onda dei raggi X sono tali che essi attraversano i tessuti molli del corpo umano (molecole biologiche di grosse dimensioni) ma sono assorbiti dalle ossa e dai metalli (molecole di piccole dimensioni). Alcune lunghezze d'onda fra le microonde ( $\lambda = 0.15 \text{ m}$ ) sono tali da permettere il loro assorbimento da parte delle molecole d'acqua (dipoli elettrici) che aumentano la loro energia cinetica. Se agiamo (come nei forni a microonde) sulle molecole d'acqua presenti negli alimenti, questa energia cinetica è trasferita, per urto, alle altre molecole della sostanza producendo un riscaldamento generale di essa. Le lunghezze d'onda delle onde radio-TV richiedono, sistemi di rivelazione dell'ordine di alcuni cm.(antenne delle televisioni)