

MOTI ROTATORI

Su un disco di massa M e raggio R è praticata una sottile scanalatura di raggio r che non altera il suo momento d'inerzia. Al disco, che può ruotare attorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro, sono appesi due corpi di massa m_1 ed m_2 mediante due funi ideali arrotolate come in figura. Il sistema, inizialmente in quiete, viene lasciato libero di muoversi. Scrivere le equazioni del moto del sistema, determinando le accelerazioni lineari dei due corpi, l'accelerazione angolare della carrucola, il valore delle tensioni nelle due funi.

($M = 1 \text{ Kg}$, $r = 10 \text{ cm}$, $R = 20 \text{ cm}$, $m_1 = 100 \text{ g}$, $m_2 = 200 \text{ g}$)

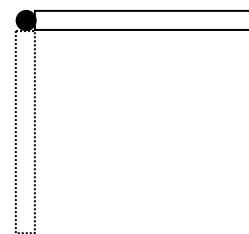
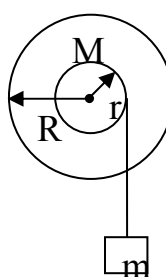
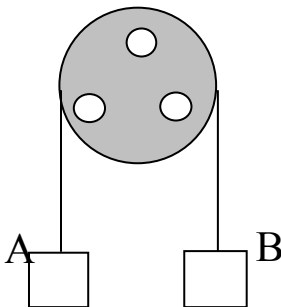
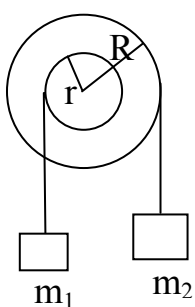
Una carrucola non omogenea di raggio $r = 25 \text{ cm}$ è vincolata, con vincolo ideale, a ruotare attorno ad un asse fisso orizzontale coincidente con un suo asse di simmetria e passante per il suo centro di massa. Una corda inestensibile e di massa trascurabile aderisce alla gola della carrucola ed ha appesi agli estremi A e B due corpi pesanti, di masse $m = 1.6 \text{ kg}$ e $M = 1.7 \text{ kg}$. Se si abbandona il sistema inizialmente in quiete con i due punti A e B alla stessa quota, si osserva che, dopo un tempo $t = 2 \text{ s}$, la quota di A supera di $h = 80 \text{ cm}$ quella di B. Calcolare il momento di inerzia della carrucola rispetto all'asse di rotazione e la differenza di tensione fra i due tratti verticali della corda.

Un disco di massa $M = 0.5 \text{ kg}$ e raggio $R = 20 \text{ cm}$, può ruotare senza attrito in un piano verticale attorno ad un asse fisso orizzontale passante per il suo centro. Sul disco è praticata una sottile scanalatura di raggio $r = R/2$, che non altera il momento d'inerzia del disco. Intorno alla scanalatura è avvolta una fune ideale, a cui è sospeso un corpo di massa $m = 0.2 \text{ Kg}$. All'istante $t = 0$ il sistema inizia a muoversi. Determinare:

1. l'accelerazione di m ;
2. la tensione del filo;
3. la velocità angolare di M e la distanza percorsa da m dopo 2 secondi.

Una sbarretta uniforme di massa $M = 2 \text{ kg}$ e lunghezza $\ell = 1 \text{ m}$, è libera di ruotare in un piano verticale intorno ad un asse orizzontale senza attrito passante per un suo estremo. Sull'altro estremo della sbarretta è fissato un corpo, approssimabile ad un punto materiale, di massa $m = 2 \text{ kg}$. La sbarretta inizialmente ferma in posizione orizzontale, viene lasciata cadere. Determinare:

- 1) la posizione del centro di massa del sistema;
- 2) l'accelerazione angolare iniziale del sistema e l'accelerazione tangenziale iniziale dell'estremità destra della sbarretta;
- 3) la velocità del centro di massa quando il sistema raggiunge la posizione verticale.



Un disco di raggio $R = 0.4 \text{ m}$ può ruotare senza attrito attorno ad un asse verticale passante per il suo centro fissato ad un piano. Sul disco è avvolta un filo ideale che passa nella gola di una carrucola priva di massa, alla cui estremità è appeso un corpo di massa $m = 0.5 \text{ Kg}$. Inizialmente il sistema è in quiete; ad un certo punto viene lasciato libero e il corpo scende di 10 m in 2 sec . Calcolare:

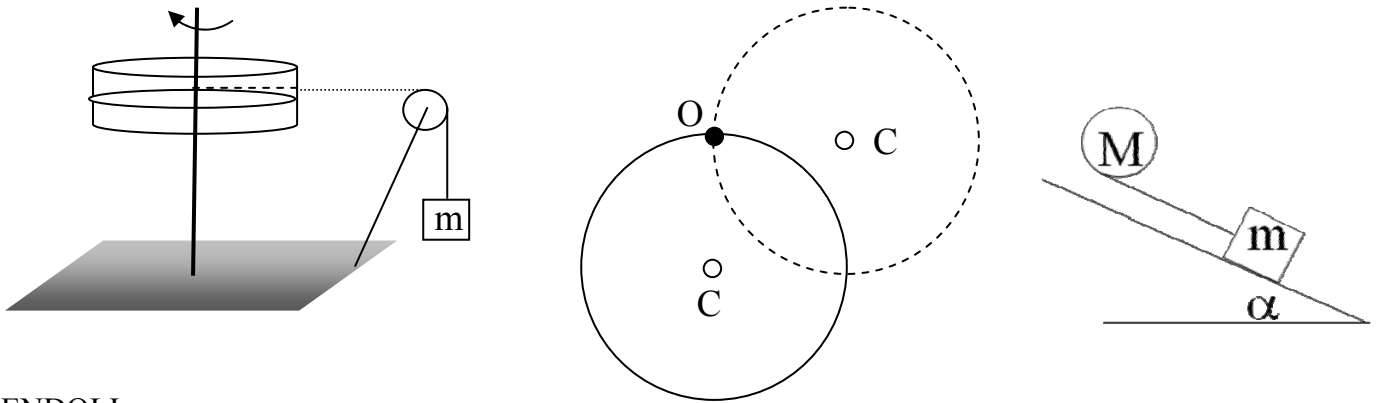
- il numero di giri compiuti dal disco in 2 secondi;
- l'accelerazione di m ;
- la tensione del filo;
- il momento di inerzia del disco;
- l'energia cinetica del disco all'istante $t = 2 \text{ s}$.

Un anello di raggio $R = 10 \text{ cm}$ e massa $M = 1 \text{ kg}$ può ruotare liberamente intorno ad un asse fisso orizzontale passante per il punto O del suo bordo. Determinare il momento di inerzia del disco rispetto all'asse di rotazione. Se l'anello parte da fermo dalla posizione in cui il suo centro C si trova allineato con l'asse di rotazione, determinare:

1. la velocità angolare dell'anello e la velocità del suo centro nell'istante in cui il centro passa per la posizione più bassa;
2. l'accelerazione angolare dell'anello nell'istante iniziale.

Un disco omogeneo di massa $M = 4m = 12 \text{ kg}$ e raggio $R = 0.2 \text{ m}$ può ruotare senza attrito attorno ad un asse fisso orizzontale passante per il suo centro O . Sul bordo del disco è avvolta una fune inestensibile e di massa trascurabile al cui estremo è collegato un corpo di massa m posto su un piano liscio inclinato di un angolo $\alpha = 30^\circ$. Calcolare:

- il modulo a dell'accelerazione con cui scende il corpo di massa m lungo il piano inclinato;
- la tensione della fune;
- il numero di giri compiuto dal disco quando il corpo di massa m ha percorso un tratto $x = 2.51 \text{ m}$, nell'ipotesi che il corpo fosse inizialmente fermo.



PENDOLI

Due punti materiali di uguale massa $m = 0.5 \text{ kg}$ sono fissati agli estremi di un'asta rigida di massa trascurabile lunga $\ell = 40 \text{ cm}$. L'asta è libera di ruotare in un piano verticale attorno ad un asse fisso orizzontale passante per un punto O distante $d = 10 \text{ cm}$ dal suo estremo superiore.

1. Scrivere l'equazione del moto del sistema e calcolare il periodo nel caso di piccole oscillazioni, dopo aver determinato la posizione del C.M. e il momento d'inerzia del sistema.
2. Se invece non vale l'ipotesi di piccole oscillazioni, determinare l'angolo θ che l'asta forma con la verticale quando viene lasciata andare, sapendo che l'energia cinetica dell'asta quando passa per la verticale vale $E_K = 0.98 \text{ J}$.

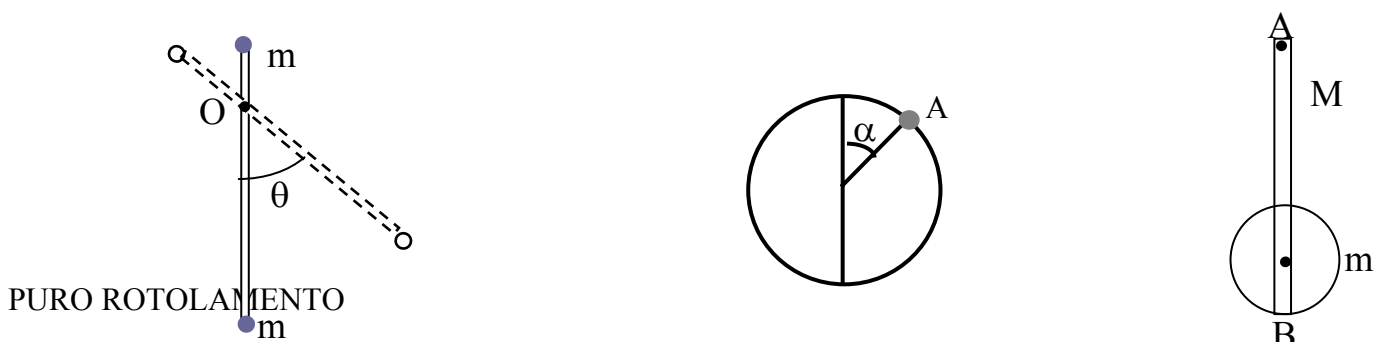
Un disco omogeneo di massa $M = 1.6 \text{ kg}$ e raggio $R = 12 \text{ cm}$, posto in un piano verticale, è libero di ruotare intorno ad un asse orizzontale, passante per il suo centro. Sul bordo del disco è fissata una sferetta di massa m pari ad un terzo di M . A $t = 0$ il sistema è fermo e la sferetta si trova nella posizione A ($\alpha = 30^\circ$) indicata in figura 9. Lasciato libero il sistema, determinare:

- la velocità angolare ω del sistema quando la sferetta passa per la posizione di equilibrio stabile,
- il periodo delle piccole oscillazioni del sistema.

Nell'ipotesi che agiscano forze di attrito sull'asse, determinare il momento dell'attrito necessario affinché il sistema non si muova. ($\omega = 11.02 \text{ rad/s}$, $T = 1.1 \text{ s}$, $M_A = 0.294 \text{ N} \cdot \text{m}$)

Un sistema rigido è costituito da un'asta AB di massa M , lunga $L = 1.6 \text{ m}$, e da un disco di massa $m = M/3$ e raggio $R = L/4$. Il sistema è libero di ruotare in un piano verticale attorno ad un asse fisso orizzontale passante l'estremo superiore A dell'asta.

1. Determinare la posizione del C.M. del sistema rispetto ad A .
2. Determinare l'espressione del momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse di rotazione in funzione di m .
3. Scrivere l'equazione del moto del sistema e calcolare il periodo nel caso di piccole oscillazioni.



PURO ROTOLAMENTO

Un cilindro omogeneo si mette in movimento sotto l'azione della forza peso, lungo un piano scabro inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale. Si determinino i valori permessi per il coefficiente di attrito statico μ_s tra il piano ed il cilindro affinché questo rotoli senza strisciare.

Un cilindro omogeneo si mette in movimento sotto l'azione della forza peso, lungo un piano inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito statico tra il piano ed il cilindro è μ_s . Si determinino i valori permessi per l'angolo θ affinché questo rotoli senza strisciare.

Una sfera avente raggio $R=50$ cm e massa $M = 2$ kg rotola senza strisciare su di un piano inclinato di 30° . Determinare:

- 1) l'accelerazione del centro di massa;
- 2) la forza di attrito statico;

Sapendo che nella posizione iniziale la sfera possiede un'energia cinetica totale di 35 J determinare:

- 3) la velocità iniziale del centro di massa;
- 4) l'energia cinetica della sfera dopo che essa ha percorso un tratto $d = 1$ m sul piano inclinato.

Un cilindro di raggio $R = 10$ cm e massa $M = 5$ kg è posto su un piano orizzontale scabro. In corrispondenza del centro del cilindro è scavata una sottilissima fenditura in modo tale da ridurre in quella zona il raggio al valore $r = 6.6$ cm; si supponga che questo fatto non alteri il momento d'inerzia del cilindro.

Al cilindro sono applicate le forze F_1 e $F_2 = 15.8$ N, come mostrato in figura.

Determinare il valore di F_1 affinché il cilindro resti in equilibrio. All'istante $t = 0$ F_1 cessa di agire. Nell'ipotesi che il cilindro rotoli senza strisciare determinare il valore della forza di attrito e il minimo valore di μ_s che consente il puro rotolamento. ($F_1 = 6.28$ N, $F_A = 10.5$ N, $\mu_s = 0.31$)

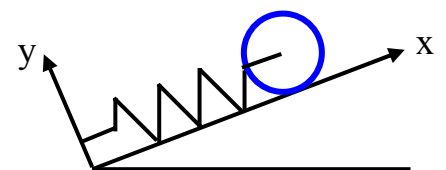
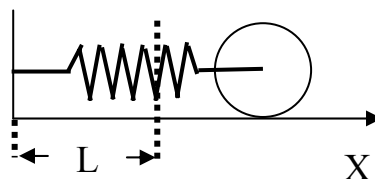
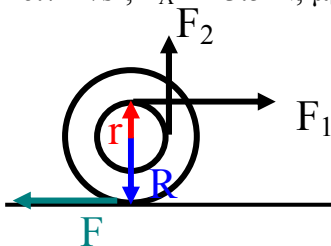
Una molla di costante elastica $K = 30$ N/m è collegata tramite una staffa di massa trascurabile all'asse di un cilindro di massa m e raggio R , mentre l'altra estremità è fissata. Tutto il sistema è appoggiato in quiete su un piano orizzontale scabro con la molla allungata di $L = 0.25$ m dalla sua posizione di riposo (fig.11). Si sblocca la molla e il cilindro rotola senza strisciare. Determinare l'energia cinetica di traslazione e di rotazione del cilindro, quando la molla raggiunge la posizione di riposo. Inoltre, scritte le equazioni del moto del cilindro, determinare l'espressione della forza di attrito necessaria affinché esso rotoli senza strisciare e del periodo del moto armonico con cui si muove il suo centro di massa.

$$(E_{KT} = 0.625 \text{ J}, E_{KR} = 0.31 \text{ J}, F_A = -\frac{1}{3}kx, T = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{2k}})$$

Una molla di costante elastica $k = 100$ N/m è disposta su un piano scabro inclinato di un angolo $\alpha = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale e ha un estremo fissato ad una parete posta alla fine del piano inclinato (fig.4). L'altro estremo della molla è attaccato all'asse orizzontale passante per il centro di massa di un disco di massa $m = 4$ kg e raggio r . Il sistema è inizialmente tenuto fermo con la molla compressa di un tratto $\Delta x = 0.6$ m rispetto alla sua posizione di riposo. Lasciando libero il sistema, si vede che il disco rotola senza strisciare sul piano inclinato. Calcolare:

- 1) l'accelerazione del disco nell'istante iniziale;
- 2) il valore minimo del coefficiente di attrito affinché il moto del disco sia sin dall'inizio di puro rotolamento.
- 3) Supponendo che la molla cessi di agire nell'istante in cui raggiunge la lunghezza di riposo, calcolare la velocità del disco in quell'istante.

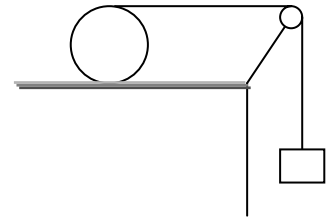
$$(a_{CM} = 6.7 \text{ m/s}^2, F_A = 13.5 \text{ N}, \mu_{S\text{MIN}} = 0.4, v_{CM} = 1.44 \text{ m/s})$$



Un cilindro di raggio R e massa $M = 2$ Kg è posto su un piano orizzontale.

Attorno al cilindro è avvolto un filo inestensibile, che passa sulla gola di una carrucola ideale ed è collegato ad una massa $m = 3 \text{ Kg}$ come in figura.

Inizialmente il sistema è mantenuto fermo. Ad un certo istante la massa m viene lasciata libera di muoversi e il cilindro immediatamente rotola senza strisciare. Determinare:



- 1) l'accelerazione del centro di massa del cilindro;
- 2) la forza di attrito statico;
- 3) il minimo coefficiente di attrito statico che consente il puro rotolamento.

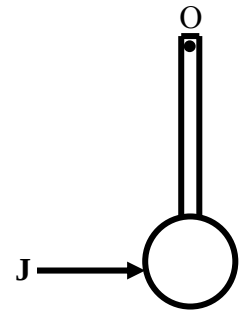
Una forza F orizzontale è applicata al centro di massa di un disco omogeneo di massa M e raggio R , che rotola senza strisciare su un piano orizzontale, il cui coefficiente di attrito statico è μ . Determinare:

- 1) l'accelerazione del centro di massa del disco;
- 2) il massimo valore che può avere F , perché il disco rotoli senza strisciare.

IMPULSI

Un'asta di massa $M=1 \text{ Kg}$ e lunghezza $2R$, libera di ruotare senza attrito attorno ad un asse fisso orizzontale passante per il suo estremo O , è connessa rigidamente nell'altro estremo ad un disco di massa M e raggio $R=10 \text{ cm}$. Si imprime al disco un impulso J orizzontale passante per il centro del disco e il sistema asta + disco comincia a ruotare. Calcolare:

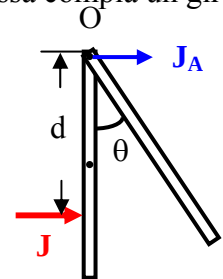
- 1) il momento di inerzia del sistema;
 - 2) la posizione del centro di massa del sistema;
 - 3) il minimo valore di J che consente al sistema di compiere un giro completo.
- ($I_O = 0.11 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$, $y_{CM} = 20 \text{ cm}$, $J = 4.4 \text{ N} \cdot \text{s}$)



Un'asta di massa $m = 2 \text{ kg}$ e lunghezza $L = 1 \text{ m}$ può ruotare attorno ad un asse orizzontale passante per un suo estremo O . L'asta, inizialmente ferma nella sua posizione di equilibrio, viene colpita con un impulso orizzontale J in un punto distante $d = 3/4 L$ da O .

Determinare il minimo valore dell'impulso J che deve essere applicato all'asta affinché essa compia un giro completo.

Calcolare in tali condizioni, la velocità acquistata dal centro di massa dell'asta, l'impulso della reazione dell'asse, la reazione vincolare dell'asse nella posizione corrispondente a $\theta = 180^\circ$. ($J_{\text{MIN}} = 6.8 \text{ N} \cdot \text{s}$, $v_{CM} = 3.83 \text{ m/s}$, $J_A = 0.87 \text{ N} \cdot \text{s}$, $R = 19.6 \text{ N}$)

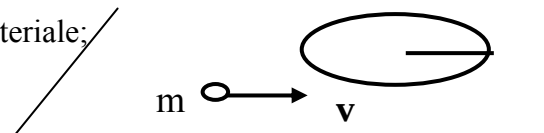


URTI

Un disco di massa $M = 1 \text{ Kg}$ e raggio $R = 20 \text{ cm}$ è inizialmente fermo su un piano orizzontale liscio.

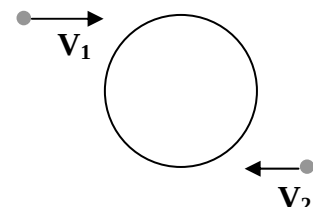
Un punto materiale di massa $m = M$ in moto con una velocità $v = 4 \text{ m/s}$ diretta come in figura urta il bordo del disco, rimanendovi attaccato. Determinare:

- 1) il centro di massa del sistema costituito dal disco e dal punto materiale;
- 2) la velocità del centro di massa del sistema dopo l'urto;
- 3) la velocità angolare del sistema;
- 4) l'energia dissipata nell'urto.



Un anello di massa $M = 2 \text{ Kg}$ e raggio $R = 20 \text{ cm}$ è posto su un piano orizzontale liscio. Due punti materiali di uguale massa $m = 1 \text{ Kg}$ si muovono in direzioni opposte con velocità $v_1 = 6 \text{ m/s}$ e $v_2 = 2 \text{ m/s}$. Ad un certo istante i due punti materiali urtano l'anello, rimanendovi attaccati. Determinare:

1. la posizione del CM del sistema dopo l'urto;
2. la velocità del CM del sistema dopo l'urto;
3. la velocità angolare del sistema;
4. descrivere il moto del sistema nel caso in cui sia $v_1 = v_2$.

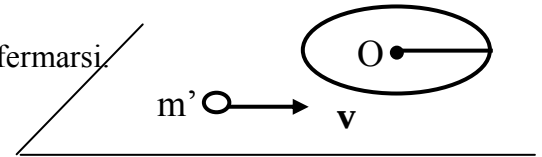


Un disco, di massa $m = 3 \text{ Kg}$ e raggio $r = 0.2 \text{ m}$, è posto su un piano orizzontale.

Esso è imperniato ad un asse fisso verticale, passante per il suo centro, con cuscinetti che offrono al moto di rotazione un momento di attrito costante $M = 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}$. Tangenzialmente al bordo del disco viene lanciato un corpo di massa $m' = 0.05 \text{ Kg}$ con velocità $v = 4 \text{ m/s}$ che si conficca nel disco.

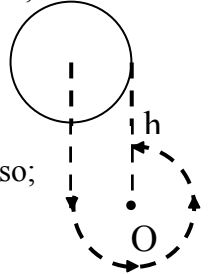
Calcolare: la velocità angolare del disco subito dopo l'urto,

la variazione di energia cinetica nell'urto, il tempo impiegato dal disco a fermarsi.



Un disco di massa $M = 0.5 \text{ kg}$ e raggio $R = 0.5 \text{ m}$, posto in un piano verticale, viene lasciato cadere e dopo aver percorso un tratto $h = 1.83 \text{ m}$ urta, rimanendovi attaccato, ad un asse fisso orizzontale passante per O, attorno al quale comincia a ruotare senza attrito con velocità angolare ω . Determinare:

- la velocità del centro di massa del disco un istante prima dell'urto;
- il tempo impiegato dal disco a percorrere il tratto h ;
- la velocità angolare ω del disco subito dopo l'urto;
- la velocità angolare del disco nell'istante in cui il centro di massa raggiunge il punto più basso;
- la reazione vincolare dell'asse in tale punto.

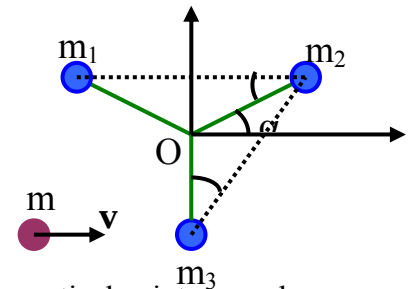


17_ Un sistema rigido è formato da tre masse puntiformi $m_1 = m_2 = 1 \text{ Kg}$, $m_3 = 2 \text{ Kg}$ disposte ai vertici di un triangolo equilatero mediante tre sbarre rigide di massa trascurabile e lunghezza $L = 40 \text{ cm}$. Il sistema è disposto in un piano verticale e può ruotare senza attrito intorno ad un asse orizzontale fisso passante per O

- Determinare il momento di inerzia rispetto all'asse di rotazione e la posizione del centro di massa nella configurazione della figura.

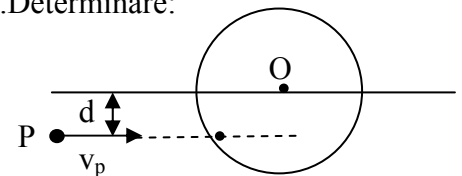
Un proiettile di massa $m = 100 \text{ g}$ e velocità v diretta lungo l'asse x colpisce il corpo di massa m_3 elasticamente.

- Determinare il valore minimo di v affinché il sistema possa compiere una rotazione completa intorno ad O.
- Se si verifica il caso 2 determinare l'accelerazione del centro di massa e la reazione dell'asse nell'istante in cui il sistema passa per la posizione di equilibrio stabile.



Un disco di raggio $R = 1 \text{ m}$ e massa $M = 4 \text{ kg}$, può ruotare in un piano verticale intorno ad un asse fisso orizzontale passante per il suo centro. Un punto materiale P di massa $m = M/4$, in moto con velocità $v_P = 6 \text{ m/s}$, urta il disco, rimanendovi attaccato. La distanza di O dalla direzione di v_P è $d = R/2$. Determinare:

3. la velocità angolare del sistema dopo l'urto in modulo e verso;
4. l'energia dissipata nell'urto;
5. la posizione del CM del sistema dopo l'urto;
6. la velocità angolare del sistema nella posizione di equilibrio stabile;
7. il periodo delle piccole oscillazioni del pendolo costituito dal disco e dal punto materiale.



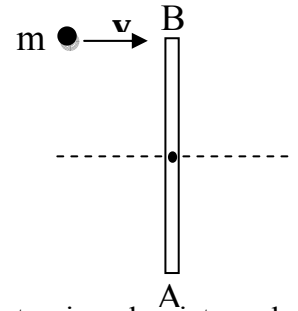
URTI_ ASTE

16_ Un'asta rigida di lunghezza $L = 1 \text{ m}$ e massa 3 m è vincolata a muoversi in un piano verticale avendo un estremo incernierato ad un asse orizzontale liscio. L'asta è disposta verticalmente in posizione di equilibrio stabile ed una molla a spirale si oppone ad una sua eventuale rotazione, sviluppando un momento assiale $M = -k\theta$, dove θ è l'angolo tra l'asta e la verticale e $k = 1 \text{ N}\cdot\text{m} / \text{rad}$. Una sferetta di massa $m = 100 \text{ g}$ colpisce normalmente l'asta nell'estremo libero con velocità v rimanendovi attaccata. Sapendo che l'angolo massimo di cui ruota l'asta è $\theta_0 = \pi/3$, determinare:

- 1) il lavoro compiuto dalla forza peso e dal momento di torsione relativo alla rotazione del sistema di un angolo θ_0 ;
- 2) la velocità angolare del sistema subito dopo l'urto;
- 3) la velocità v della sferetta;
- 4) l'energia dissipata nell'urto.

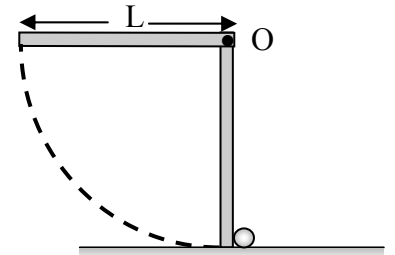
Un' asta di massa $M = 1 \text{ Kg}$ e lunghezza $\ell = 1 \text{ m}$ ruota in verso antiorario in un piano verticale attorno ad un asse fisso orizzontale passante per il suo centro, che presenta un momento di attrito costante $M_A = 0.3 \text{ N}\cdot\text{m}$. Quando l' asta raggiunge la posizione verticale con velocità angolare $\omega_0 = 10 \text{ rad/s}$, un punto materiale di massa $m = 0.3 \text{ Kg}$ e velocità $v = 10 \text{ m/s}$, diretta orizzontalmente, urta l' asta nell' estremo B, rimanendovi conficcato. Determinare:

- 1) il modulo e il verso della velocità angolare del sistema subito dopo l' urto;
- 2) il lavoro della forza di attrito, la variazione dell' energia potenziale e dell' energia cinetica del sistema, corrispondenti ad una rotazione di un angolo pari a $\pi/2$.



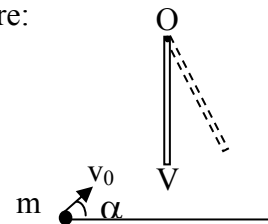
Un' asta di lunghezza $L = 1 \text{ m}$ e massa M è incernierata in un suo estremo O. L' asta viene lasciata cadere dalla posizione orizzontale e, quando raggiunge la posizione verticale, urta elasticamente un corpo di massa $m = M/3$ inizialmente fermo (vedi fig.). Determinare:

- 1) la velocità angolare dell' asta quando raggiunge la posizione verticale;
- 2) la velocità del corpo e la velocità angolare dell' asta subito dopo l' urto;
- 3) per quali valori del rapporto m/M l'asta torna indietro.



Un'asta di lunghezza $L = 1 \text{ m}$ e massa $M = 3m$, è libera di ruotare in un piano verticale attorno ad un asse orizzontale passante per un suo estremo O. Un proiettile di massa m parte con velocità $v_0 = 14 \text{ m/s}$, in una direzione che forma un angolo $\alpha = 60^\circ$ con il piano orizzontale (vedi fig.). Quando raggiunge il punto di massima altezza V, esso urta l'asta nell'altro estremo, rimanendovi attaccato. Determinare:

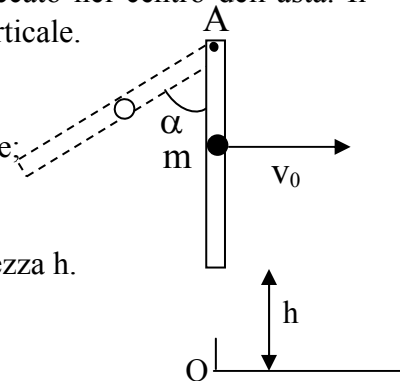
- 1) la velocità del proiettile immediatamente prima dell'urto;
- 2) il tempo impiegato dal proiettile a raggiungere l'asta;
- 3) la velocità angolare del sistema subito dopo l' urto;
- 4) la distanza d del centro di massa del sistema da O;
- 5) il massimo angolo di rotazione dell'asta.



Un'asta di lunghezza $L = 2 \text{ m}$ e massa $M = 9 \text{ m}$ è libera di ruotare in un piano verticale attorno ad un asse orizzontale passante per un suo estremo A. Un punto materiale di massa m è attaccato nel centro dell'asta. Il sistema viene lasciato andare da una posizione che forma un angolo $\alpha = 60^\circ$ con la verticale. Quando raggiunge la posizione verticale m si stacca dall'asta. Determinare:

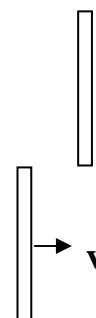
Quando raggiunge la posizione verticale m si stacca dall'asta. Determinare:

- il momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse di rotazione
- la velocità angolare del sistema nell'istante in cui raggiunge la posizione verticale;
- la velocità v_0 di m in tale istante;
- la velocità angolare dell'asta subito dopo il distacco.
- Sapendo che m tocca il suolo ad una distanza $d = 2.75 \text{ m}$ da O, determinare l'altezza h .



Una sbarra di lunghezza $L = 1 \text{ m}$ e massa $M = 1 \text{ Kg}$, posta su un piano orizzontale, si muove inizialmente di moto traslatorio con velocità $v = 10 \text{ m/s}$. Essa urta e rimane attaccata ad una seconda sbarra identica che è inizialmente in quiete, come mostrato in figura. Determinare:

1. la posizione del CM del sistema dopo l'urto;
2. la velocità del centro di massa dopo l' urto;
3. la velocità angolare del sistema dopo l' urto;
4. l'energia persa nell' urto.



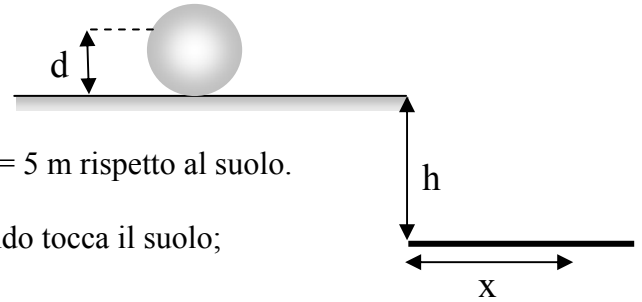
URTI E PURO ROTOLAMENTO

Un impulso orizzontale $J = 10 \text{ N}\cdot\text{s}$ colpisce un disco di raggio $R = 50 \text{ cm}$ e massa $M = 2 \text{ Kg}$ inizialmente fermo su un tavolo scabro. Il disco è colpito in un punto distante d dal piano orizzontale e immediatamente dopo l'urto rotola senza strisciare. Determinare:

1. la velocità v_{CM} del centro di massa del disco dopo l'urto;
2. la velocità angolare del disco;
3. la distanza d .

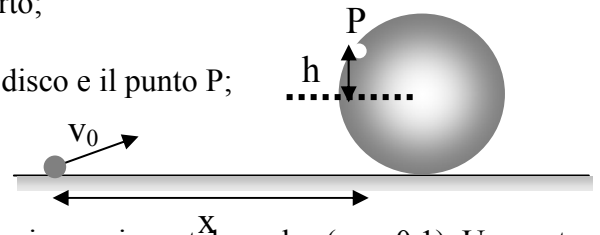
Quando giunge alla fine del piano il disco cade da una altezza $h = 5 \text{ m}$ rispetto al suolo.

4. Descrivere il moto del disco;
5. determinare la velocità del centro di massa del disco quando tocca il suolo;
6. determinare la distanza x a cui cade il disco.



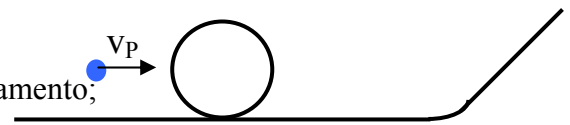
Su un piano orizzontale scabro è inizialmente fermo un disco di raggio $R = 1 \text{ m}$, a cui manca una scheggia di massa $m = 100 \text{ g}$. Un proiettile di massa m parte con velocità v_0 in una direzione tale che, quando raggiunge il punto P di massima altezza della sua traiettoria, urta il disco nel punto P in cui manca la scheggia, rimanendovi attaccato e rendendolo simmetrico (vedi fig.). Subito dopo l'urto il disco di massa totale $M = 1 \text{ Kg}$ rotola senza strisciare con una velocità angolare $\omega = 2 \text{ rad/s}$. Determinare:

- la velocità v_{CM} del centro di massa del disco subito dopo l'urto;
- la velocità v_P del proiettile all'istante dell'urto;
- la distanza h tra la retta orizzontale passante per il centro del disco e il punto P;
- la velocità iniziale v_0 del proiettile;
- la distanza x percorsa dal proiettile.



Una sfera di massa $M = 10 \text{ Kg}$ e raggio R è inizialmente ferma su un piano orizzontale scabro ($\mu_D = 0.1$). Un punto materiale di massa $m = 2 \text{ Kg}$, in moto con velocità $v_P = 24 \text{ m/s}$ diretta lungo la retta parallela al piano passante per il centro della sfera, urta la sfera, rimanendo conficcata nel suo centro. Dopo l'urto il sistema rotola e striscia e dopo un certo tempo t^* incomincia a rotolare senza strisciare. Determinare:

- la velocità v_0 del sistema subito dopo l'urto;
- il tempo t^* ;
- la velocità del CM quando comincia il moto di puro rotolamento;
- il lavoro compiuto dalla forza di attrito.



Successivamente il moto prosegue su un piano inclinato liscio, raccordato al piano orizzontale con un arco di circonferenza liscio.

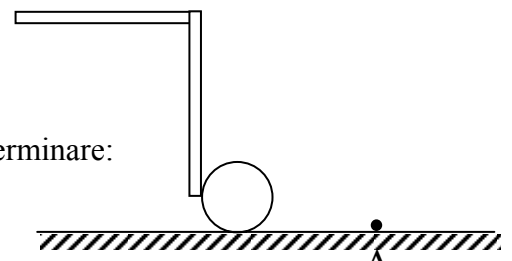
- Determinare la massima altezza raggiunta dal centro del disco, calcolata rispetto alla sua posizione iniziale. Specificare se il moto successivo sul piano orizzontale è di puro rotolamento.

Un'asta di massa $m = 1 \text{ kg}$ e lunghezza $L = 1 \text{ m}$, libera di ruotare in un piano verticale attorno ad un asse fisso orizzontale passante per un estremo, viene lasciata cadere da una posizione orizzontale. Quando l'asta raggiunge la posizione verticale urta elasticamente un disco omogeneo di massa m e raggio R posto su un piano orizzontale scabro. Determinare:

1. la velocità angolare ω_0 dell'asta un istante prima dell'urto;
2. la velocità angolare ω dell'asta subito dopo l'urto;
3. la velocità del CM del disco subito dopo l'urto.

Ad un certo istante t^* il disco rotola senza strisciare sul piano. Determinare:

4. la velocità del CM del disco;
5. il lavoro compiuto dalla forza di attrito.



MOTI OSCILLATORI

Un'asta rigida di lunghezza $L = 1 \text{ m}$ e massa $m = 1 \text{ Kg}$ è vincolata a muoversi in un piano verticale avendo un estremo incernierato ad un asse orizzontale liscio. L'estremo opposto è collegato ad una molla di costante elastica $k = 20 \text{ N/m}$. L'asta, se viene spostata di poco dalla sua posizione di equilibrio e lasciata andare, oscilla.

Determinare:

- 1) l'allungamento della molla in condizioni di equilibrio;
- 2) l'equazione del moto dell'asta per piccole oscillazioni;
- 3) il periodo delle piccole oscillazioni.

