Interferenza

Le equazioni delle onde elettromagnetiche sono lineari

⬇

vale il **Principio di sovrapposizione:**

la propagazione di un'onda in un mezzo
non viene alterata dalla presenza di altre onde
nello stesso mezzo

Interferenza =
sovrapposizione in un punto P dello spazio
di due o più onde, la cui **differenza di fase rimane costante** al passare del tempo
(**condizione di coerenza**)

Contributi alla differenza di fase:

- differenza di fase intrinseca tra le sorgenti

- differenza di fase dovuta alla differenza tra i percorsi seguiti dalle onde

Il campo elettrico (o magnetico) delle onde luminose varia nel tempo con una frequenza $\nu \approx 10^{15}$Hz

⬇

per misurare gli effetti delle onde luminose si introduce la grandezza **intensità luminosa I**

Intensità = energia media che nell'unità di tempo attraversa una superficie di area unitaria disposta normalmente alla direzione di propagazione dell'onda

Per le onde sinusoidali

$$\boxed{I = \frac{1}{2\mu v} E_0^2}$$

Onde piane: I non varia con la distanza del punto di osservazione dalla sorgente

Onde sferiche: I varia con $\frac{1}{r^2}$

A causa della sovrapposizione di due o più onde indipendenti coerenti, in alcuni punti dello spazio l'intensità risultante è maggiore della somma algebrica delle intensità delle singole onde e in altri è minore (interferenza costruttiva o distruttiva)

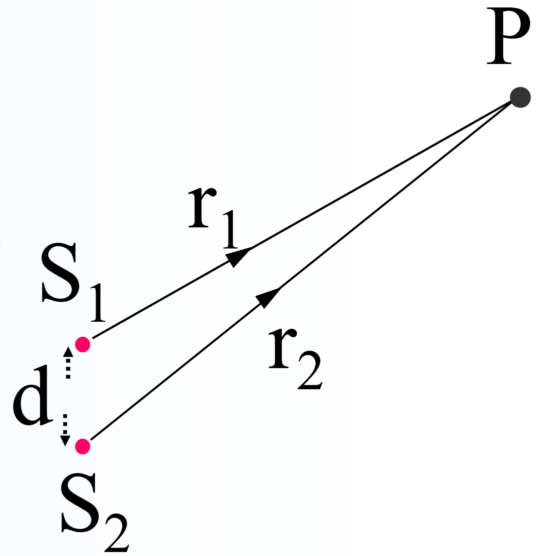
Interferenza prodotta da due sorgenti coerenti di onde sferiche

S_1 ed S_2 sorgenti luminose puntiformi emettono onde sferiche sinusoidali e monocromatiche

Funzioni d'onda in P

$$E_1(r_1,t) = E_{01}(r_1)\,\mathrm{sen}(k_1 r_1 - \omega_1 t + \varphi_1)$$

$$E_2(r_2,t) = E_{02}(r_2)\,\mathrm{sen}(k_2 r_2 - \omega_2 t + \varphi_2)$$



φ_1 e φ_2 fasi iniziali delle onde costanti che dipendono dalle sorgenti

ω_1 e ω_2 frequenze angolari

k_1 e k_2 numeri d'onda

Propagazione nel vuoto (n=1) $\Rightarrow$

cammino ottico $\equiv$ cammino geometrico

Perturbazione risultante in P

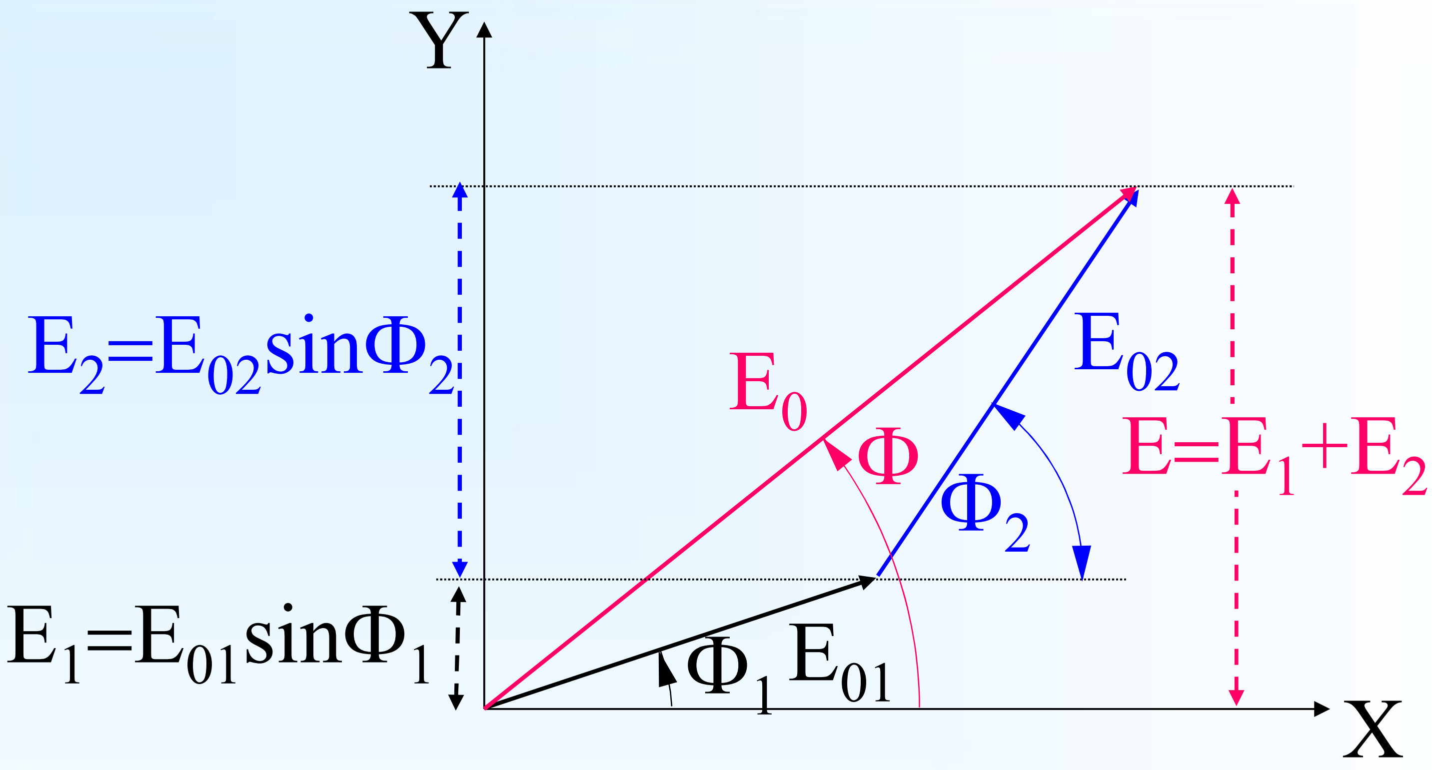
$$\mathbf{E}(P,t) = \mathbf{E}_1(r_1,t) + \mathbf{E}_2(r_2,t)$$

Nel caso in cui $E_1(r_1,t)$ ed $E_2(r_2,t)$

oscillano lungo direzioni parallele tra loro $\Rightarrow$

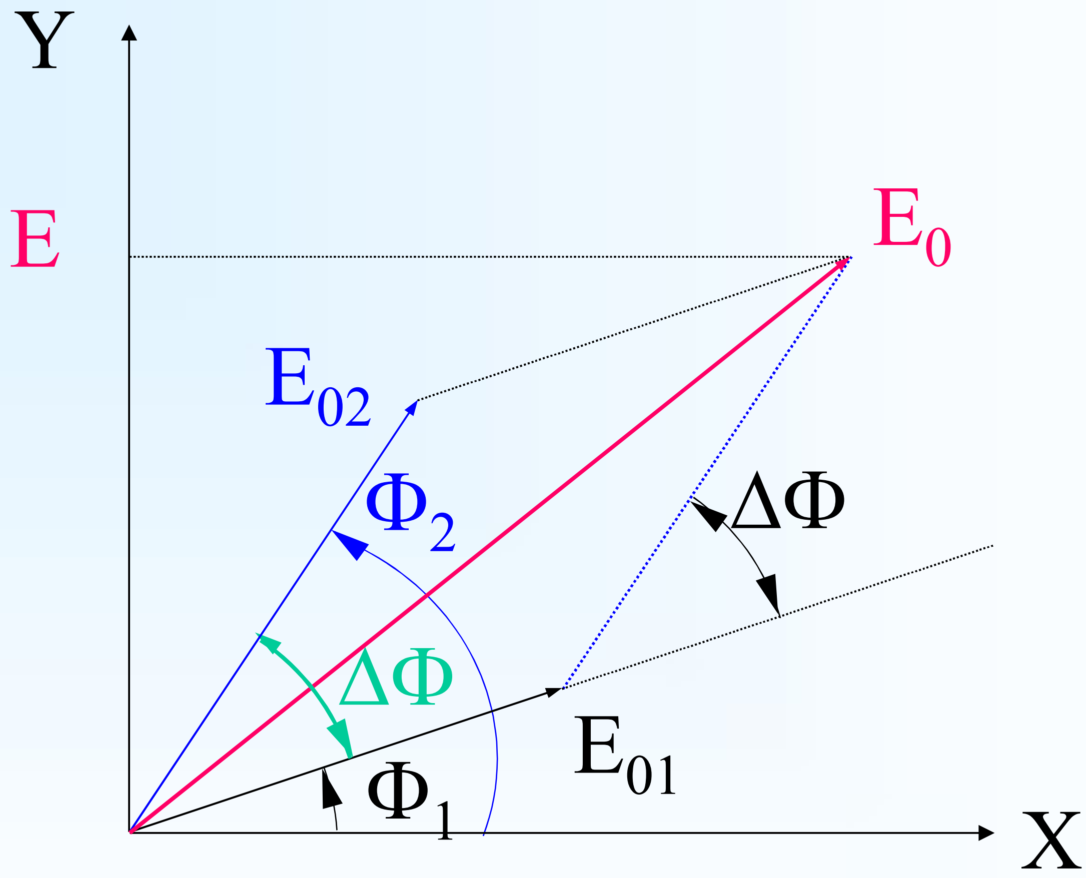
$$\boxed{E(P,t) = E_1(r_1,t) + E_2(r_2,t)}$$

somma di grandezze scalari eseguita utilizzando
la rappresentazione mediante fasori



$$E(P,t) \;=\; E_1(r_1,t) + E_2(r_2,t) = E_{01}\mathrm{sen}\Phi_1 + E_{02}\mathrm{sen}\Phi_2$$

$$E(P,t) \;=\; E_1(r_1,t) + E_2(r_2,t) = E_0\mathrm{sen}\Phi$$



E_0 calcolata mediante il teorema di Carnot:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2E_{01}E_{02}\cos(\pi - \Delta\Phi) =$$

$$= E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\Delta\Phi$$

Φ fase determinata da

$$\text{tg}\,\Phi = \frac{E_{01}\text{sen}\,\Phi_1 + E_{02}\text{sen}\,\Phi_2}{E_{01}\cos\Phi_1 + E_{02}\cos\Phi_2}$$

Si vede che

$$E_0^2 \neq E_{01}^2 + E_{02}^2$$

Il termine di interferenza $\boxed{2E_{01}E_{02}\cos\Delta\Phi}$

dipende da $\boxed{\Delta\Phi,}$ differenza tra le fasi

delle onde che interferiscono

Determiniamo I $\quad I \propto \langle E_0^2 \rangle$

dove

$$< E_0^2 >= E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\frac{\int_t^{t+t_0} \cos\Delta\Phi dt}{t_0} =$$

$$= E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} < \cos\Delta\Phi >$$

Se $\Delta\Phi$ non varia nel tempo (sorgenti **coerenti**)

$$< \cos\Delta\Phi > = \cos\Delta\Phi$$

quindi $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\Phi$

I varia tra $(I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2})$ $(I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2})$

$\Downarrow$

si osserva il fenomeno dell'interferenza

Se invece $\Delta\Phi$ varia rapidamente in maniera casuale durante il tempo t_0 di osservazione

$$\boxed{< \cos\Delta\Phi > = 0} \rightarrow \boxed{I = I_1 + I_2} \rightarrow$$

il fenomeno dell'interferenza non è più osservabile

Affinché le sorgenti S_1 ed S_2 emettano onde con

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = k_2 r_2 - \omega_2 t + \varphi_2 - k_1 r_1 + \omega_1 t - \varphi_1 = \text{cost}$$

è sufficiente che sia $\boxed{\omega_1 = \omega_2 = \omega}$

Infatti

$k(r_2 - r_1) = \text{cost}$, essendo costante la differenza dei cammini percorsi dalle due onde

$(\varphi_2 - \varphi_1) = \text{cost}$ per due treni d'onda sinusoidali monocromatici di durata infinita

Quindi $\boxed{\Delta\Phi = k(r_2 - r_1) + (\varphi_2 - \varphi_1)}$

Onde coerenti sono realizzabili con generatori di onde e.m. a bassa frequenza o a radiofrequenza

Le onde emesse da due comuni sorgenti di luce non sono coerenti (le fasi iniziali φ_1 e φ_2 variano casualmente nel tempo)
È possibile, però, osservare fenomeni di interferenza con onde emesse da una comune sorgente di luce mediante dispositivi che danno origine a due sorgenti coerenti a partire da un'unica sorgente reale

Distribuzione dell'intensità luminosa
prodotta da due sorgenti coerenti S_1 ed S_2

Punti di massima intensità si hanno per

$$\boxed{\cos\Delta\Phi = 1} \Longleftrightarrow \boxed{\Delta\Phi = 2m\pi}$$

con $\quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

$\Leftrightarrow$ le due onde si sommano in fase

interferenza costruttiva

$$\boxed{I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}}$$

Punti di minimi intensità

$\cos\Delta\Phi = -1 \Leftrightarrow \Delta\Phi = (2m+1)\pi \quad$ con $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots.$

$\Leftrightarrow$ onde in opposizione di fase

interferenza distruttiva

$$\boxed{I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}}$$

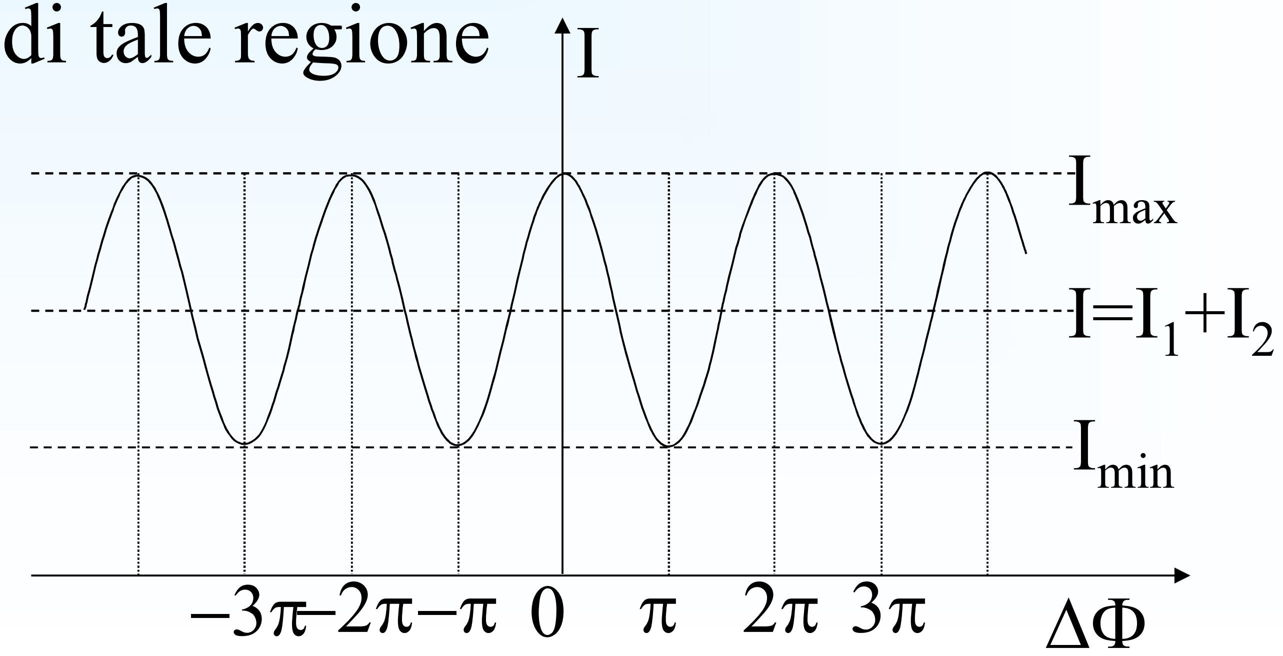
m ordine dell'interferenza

Se si osserva il fenomeno dell'interferenza in una regione di dimensioni piccole rispetto ad r_1 ed r_2,

e se $d \ll r_1$ e $d \ll r_2$

dove d distanza tra S_1 ed S_2

I_1 ed I_2 si possono considerare costanti nei punti di tale regione



I_1+I_2 media **spaziale** dell'intensità

Il fenomeno dell'interferenza ridistribuisce l'energia

Frange di interferenza = zone più luminose alternate a zone meno luminose

La possibilità di osservare chiaramente le **frange di interferenza** dipende dalle ampiezze delle onde

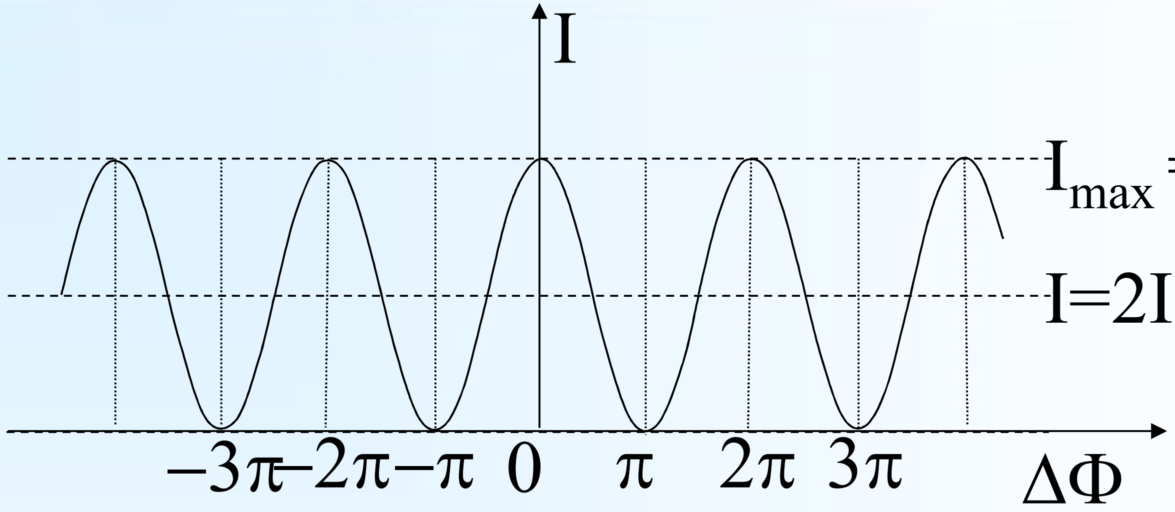
Se $E_{01} = E_{02}$ ➡ $I_1 = I_2 = I_0$ ➡

$$I = 2I_0 + 2I_0 \cos\Delta\Phi = 2I_0\left(1 + \cos\Delta\Phi\right) = 4I_0 \cos^2\frac{\Delta\Phi}{2}$$

Intensità nei punti di massimo $\quad I_{MAX} = 4I_0$

Intensità media $\quad I = 2I_0$

Intensità nei punti di minimo $\quad I = 0$



Se $\quad I_1 \neq I_2$

frange luminose si alternano a frange meno luminose

Parametro di visibilità

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \qquad 0 \le V \le 1$$

Sorgenti coerenti

Le sorgenti di luce ordinaria (termiche oppure a fluorescenza) sono costituite da un numero molto grande di sorgenti elementari, atomi eccitati, ognuno dei quali, nella transizione di un elettrone da uno stato di energia maggiore ad uno di energia minore, emette radiazione elettromagnetica per un periodo di tempo breve $\Delta t \approx 10^{-8}$ s e in maniera del tutto scorrelata tra loro

L'onda emessa non può essere un'onda armonica monocromatica, ma un pacchetto d'onde di lunghezza finita $\Delta\ell = c\,\Delta t$, in cui è presente una banda di frequenze $\Delta\nu = 1/\Delta t$

Un fascio luminoso, dovuto alla sovrapposizione
di un numero enorme di pacchetti d'onde, mantiene
la coerenza per una durata temporale $\Delta t_0 \leq 10^{-8}$ s

L'effetto non può essere percepito
con strumentazione normale

Onde provenienti da una sorgente estesa
o da due sorgenti indipendenti non sono coerenti

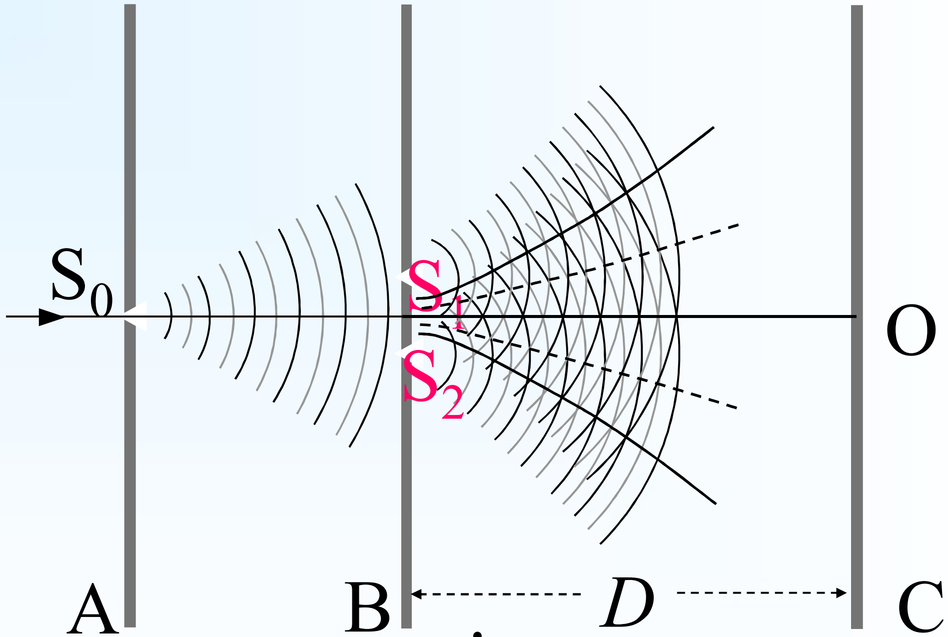
Non è possibile osservare le frange di interferenza

DISPOSITIVO DI YOUNG:

usando una sorgente di luce incoerente,

realizza due sorgenti coerenti

con il metodo di **divisione del fronte d'onda**

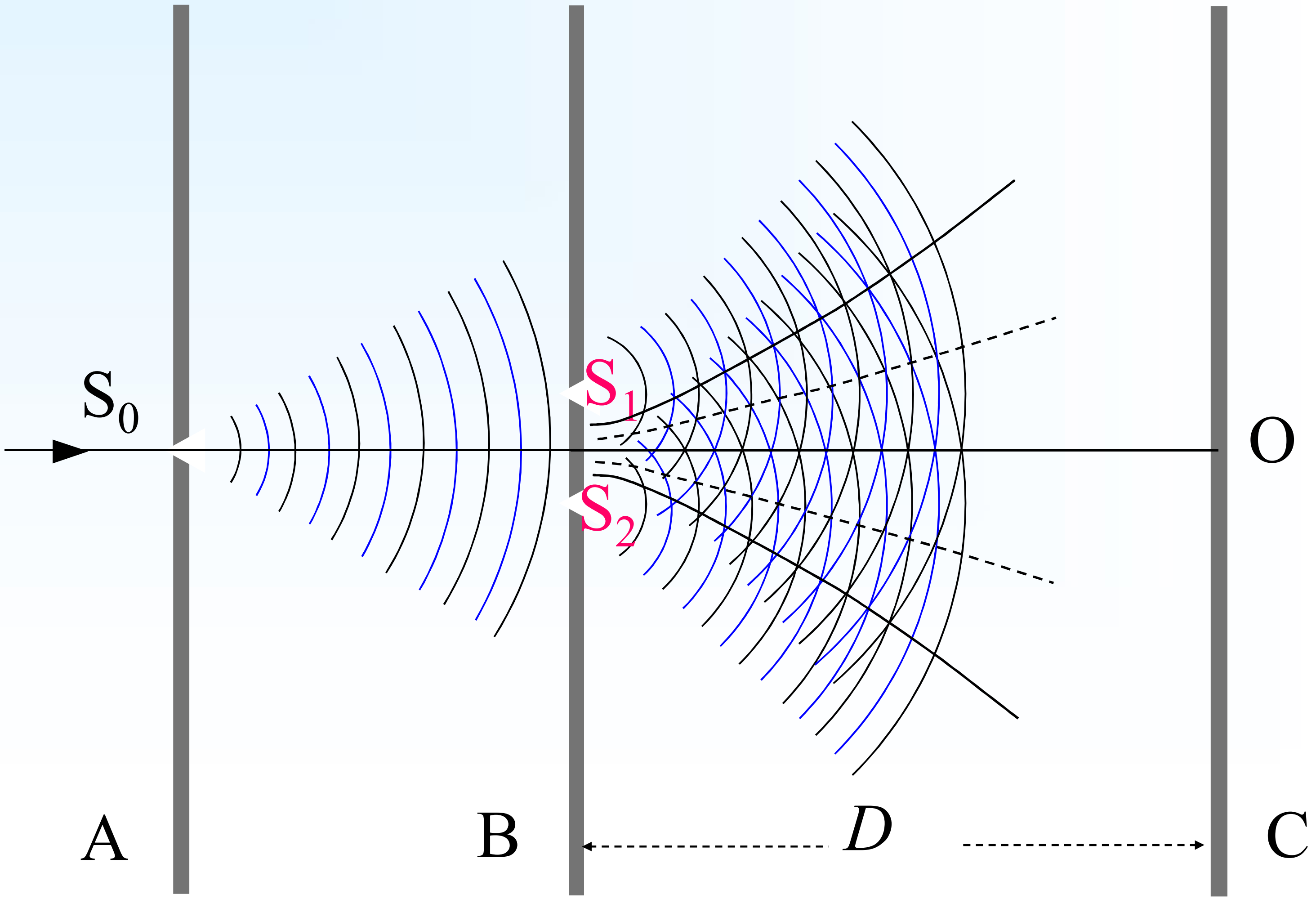


Un fascio di luce monocromatico incide su uno schermo A

S_0 fenditura di dimensione $a \leq \lambda$, sorgente puntiforme di onde sferiche

Le onde uscenti da S_0 incidono su uno schermo B

S_1 ed S_2, fenditure disposte simmetricamente rispetto all'asse, sorgenti coerenti ($\omega_1=\omega_2$, $\varphi_1=\varphi_2$)



Fronti d'onda nero: l'onda assume valore massimo positivo

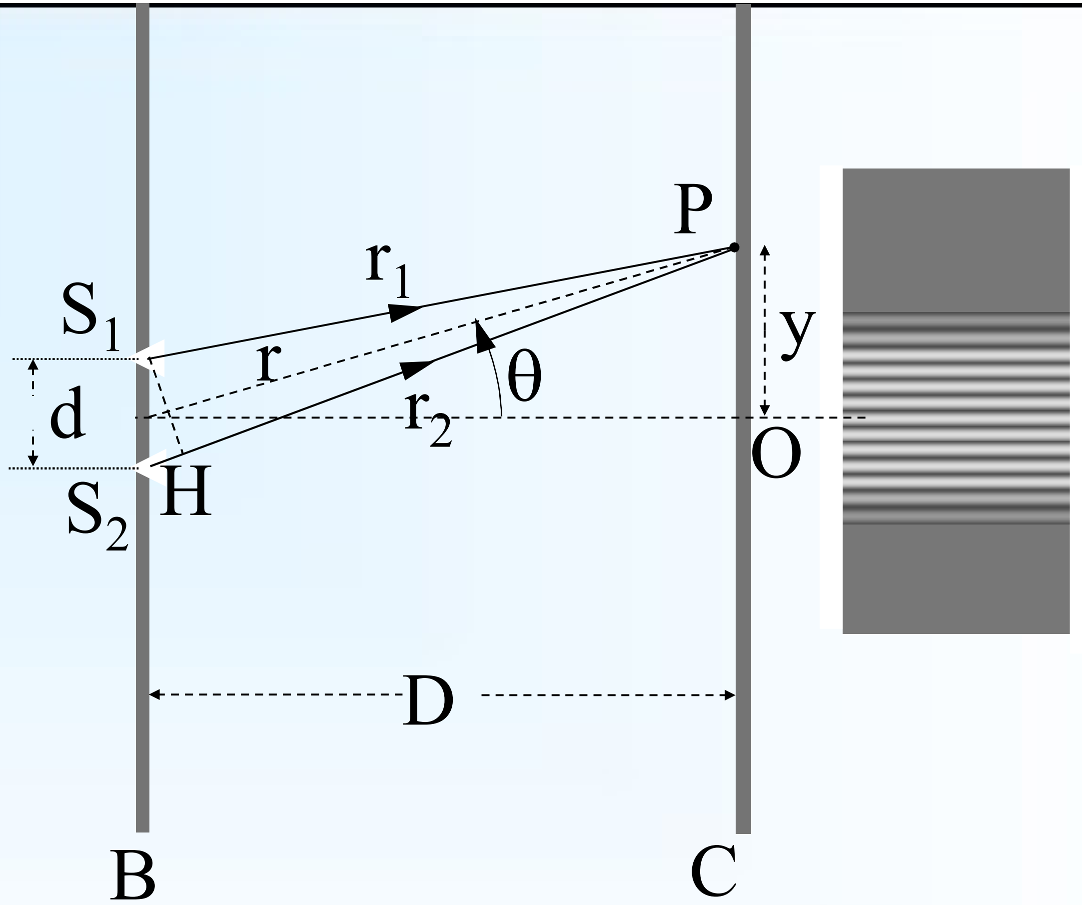
Fronti d'onda blu: l'onda assume valore massimo negativo

Le **linee continue congiungono** i punti di intersezione tra 2 fronti d'onda neri o 2 fronti d'onda blu, **punti di massima intensità**

Le **linee tratteggiate congiungono** i punti di intersezione tra 1 fronte d'onda nero e 1 fronte d'onda blu, **punti di minima intensità**

C schermo opaco

D distanza di C da B: D>>d



O punto di massima intensità, massimo centrale

$D >> d$ ➡ $r_1 // r_2$

$r_2 - r_1 \cong S_2H \cong d\,\mathrm{sen}\theta$ differenza di cammino fra le due onde

Essendo $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$ →

$\boxed{d\,\text{sen}\theta = m\lambda}$ condizione per i massimi

$\boxed{d\,\text{sen}\theta = (2m+1)\dfrac{\lambda}{2}}$ condizione per i minimi

con $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \pm \dfrac{d}{\lambda}$

il valore di m è limitato, poiché $|\sin\theta| \leq 1$

La figura di interferenza è osservata nitidamente nell'intorno di O, regione centrale dello schermo, poiché in tale regione non varia l'intensità delle sorgenti S_1 ed S_2 al variare del punto P

Distanza tra due massimi (minimi) consecutivi

La loro posizione sullo schermo può essere determinata dall'angolo θ o dalla distanza y da O

Per piccoli angoli $\sin\theta \cong tg\theta \cong \theta,$

$$y = D tg\theta \cong D sen\theta$$

Per i massimi $y = D\dfrac{m\lambda}{d}$

$$y = 0,\ \lambda\frac{D}{d},\ 2\lambda\frac{D}{d},\dots\ m\lambda\frac{D}{d}$$

Per i minimi $y = D(2m+1)\dfrac{\lambda}{2d}$

$$y = \frac{\lambda}{2}\frac{D}{d}, 3\frac{\lambda}{2}\frac{D}{d}; \dots (2m+1)\frac{\lambda D}{2d}$$

$$\Delta y = \lambda \frac{D}{d}$$

distanza tra due frange luminose (o due frange scure) consecutive

$$\boxed{\Delta y = \lambda \frac{D}{d}}$$

distanza tra due minimi consecutivi = larghezza della frangia

È possibile determinare λ da una misura di D, d e Δy

Distanza angolare tra due minimi consecutivi

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{d}$$

indipendente da D