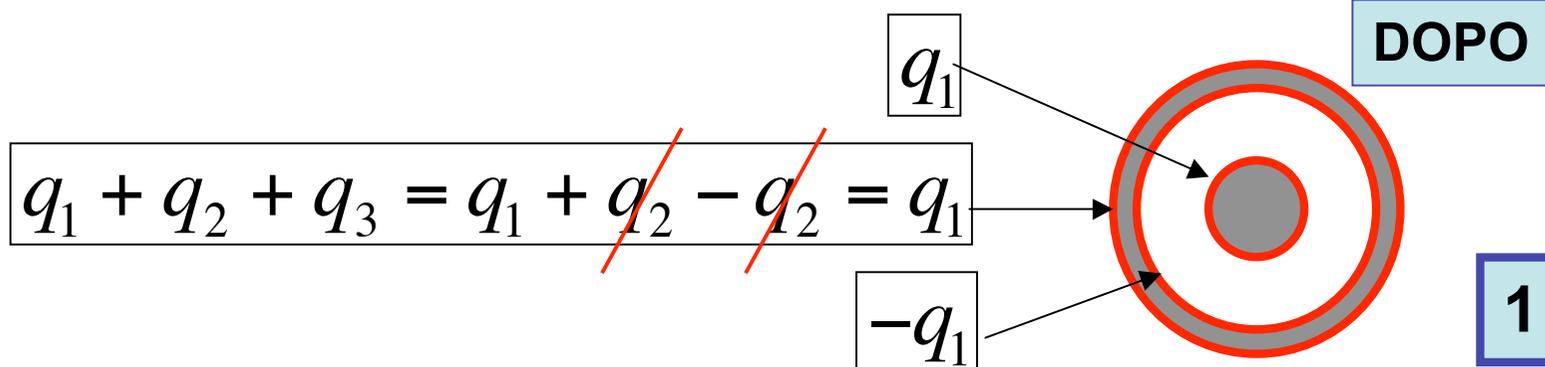
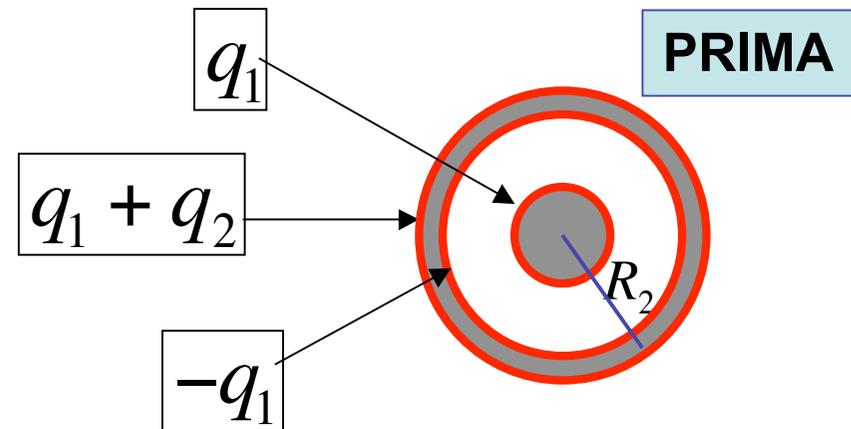


## Esercizio

Sono date 2 sfere concentriche conduttrici di raggio  $R_1$  ed  $R_2=9\text{cm}$   
Su quella esterna - che e' cava - viene depositata una carica  $q_2=-2 \times 10^{-9}\text{C}$ ;  
su quella interna una carica  $q_1=10^{-9}\text{C}$ .  
Successivamente si aggiunge sulla sfera esterna una carica  $q_3=-q_2$ .  
Calcolare di quanto varia il potenziale della sfera interna.

Per induzione elettrostatica compare  $-q_1$   
( $+q_1$ ) sulla superficie **interna** (**esterna**)  
della sfera cava.

La carica esterna  $q_2$  **non** induce: effetto  
dello **schermo elettrostatico** !



## RISPOSTA :

Il guscio sferico esterno e' uno schermo elettrostatico per cui le variazioni di potenziale della sfera interna sono uguali a quelle della sfera esterna ! Quindi:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 \equiv V_2' - V_2 \quad \text{N.B.: non serve conoscere } R_1 \text{ (non dato)}$$

**PRIMA**

$$V_2 = \frac{(q_1 + q_2)}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

**DOPO**

$$V_2' = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$\Delta V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{-q_2}{R_2}$$

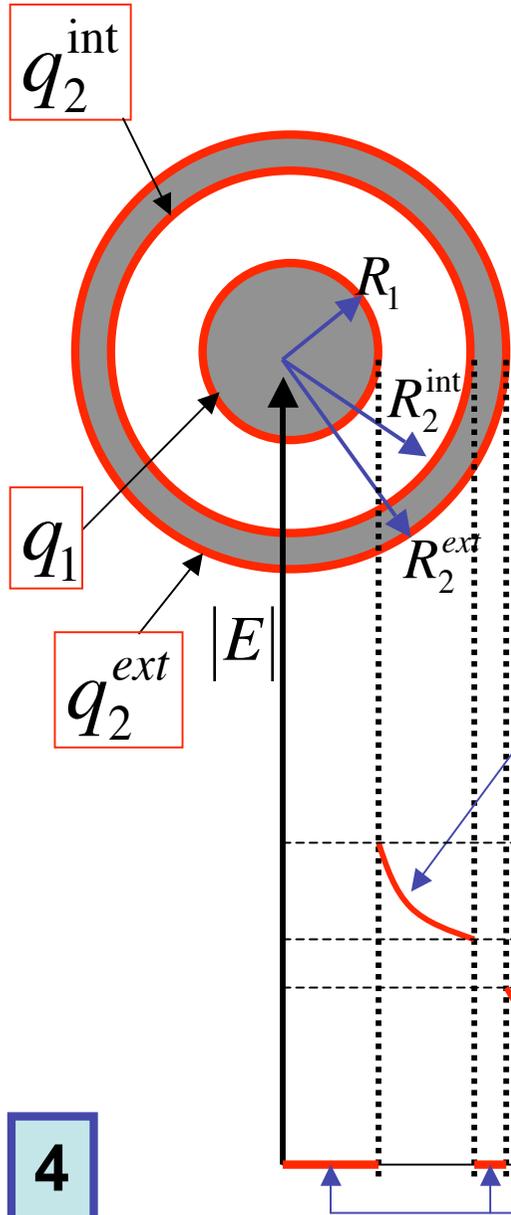
$$\approx 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{-(-2 \cdot 10^{-9} C)}{9 \cdot 10^{-2} m}$$

$$\approx 2 \cdot 10^2 \frac{J}{C} = 200V$$

**CALCOLIAMO ORA IL CAMPO ELETTROSTATICO nei vari punti dello spazio.**

**Prima si fa il calcolo generico e poi nel caso particolare delle 2 configurazioni di carica dell'esercizio ("prima" e "dopo").**

RICORDA che :



$$\frac{Q_{Tot}^{int}(R_1 < r < R_2^{int})}{\epsilon_0} = \Phi(E(R_1 < r < R_2^{int})) = E(R_1 < r < R_2^{int}) \cdot S_r \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E(R_1 < r < R_2^{int}) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Gauss

$$\frac{Q_{Tot}(r > R_2^{ext})}{\epsilon_0} = \Phi(E(r > R_2^{ext})) = E(r > R_2^{ext}) \cdot S_r \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E(r > R_2^{ext}) = \frac{q_1 + q_2^{int} + q_2^{ext}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$|E| = \lim_{r \rightarrow R_1} \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1^2}$$

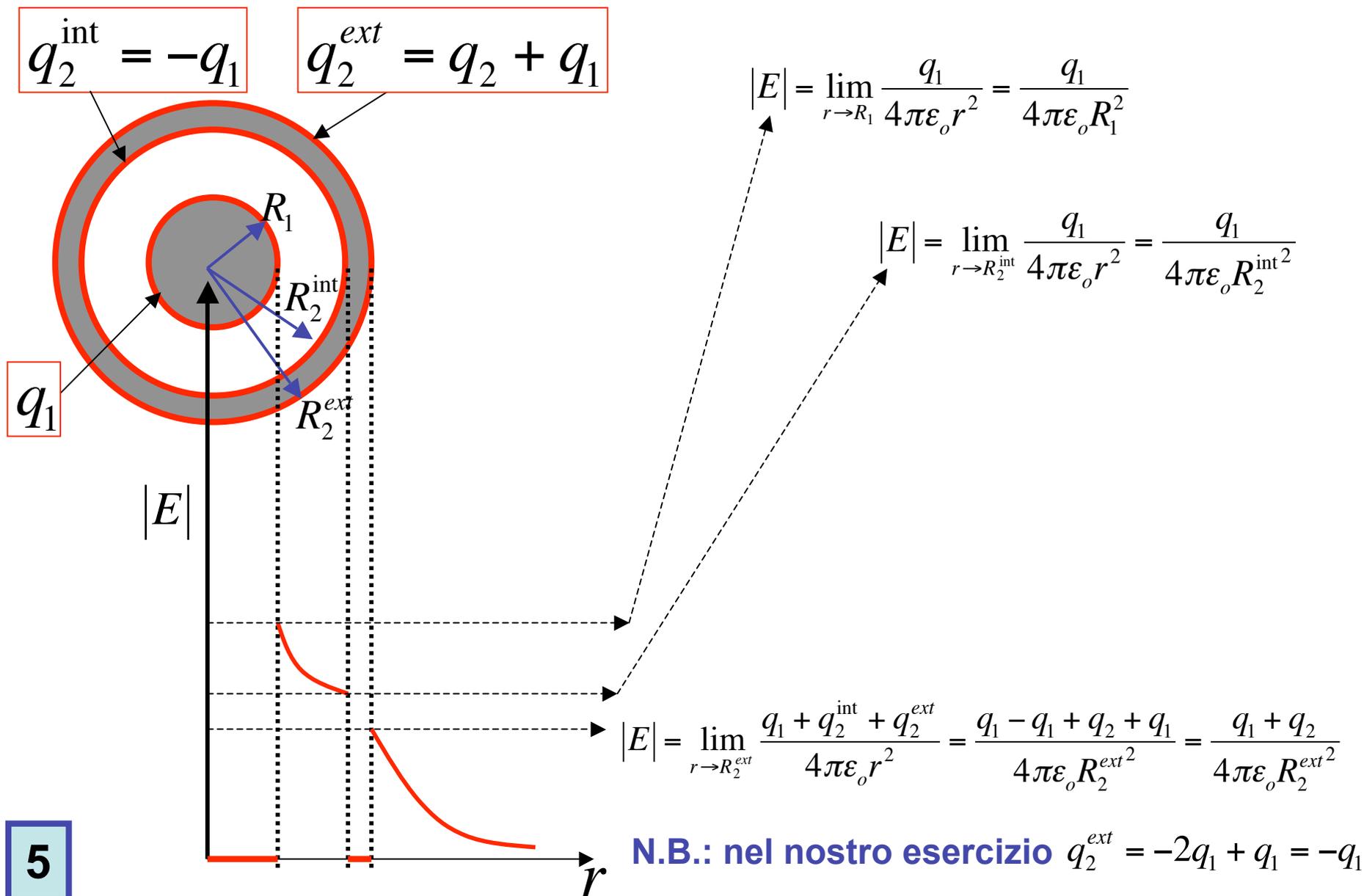
$$|E| = \lim_{r \rightarrow R_2^{int}} \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_2^{int^2}}$$

$$|E| = \lim_{r \rightarrow R_2^{ext}} \frac{q_1 + q_2^{int} + q_2^{ext}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q_1 + q_2^{int} + q_2^{ext}}{4\pi\epsilon_0 R_2^{ext^2}}$$

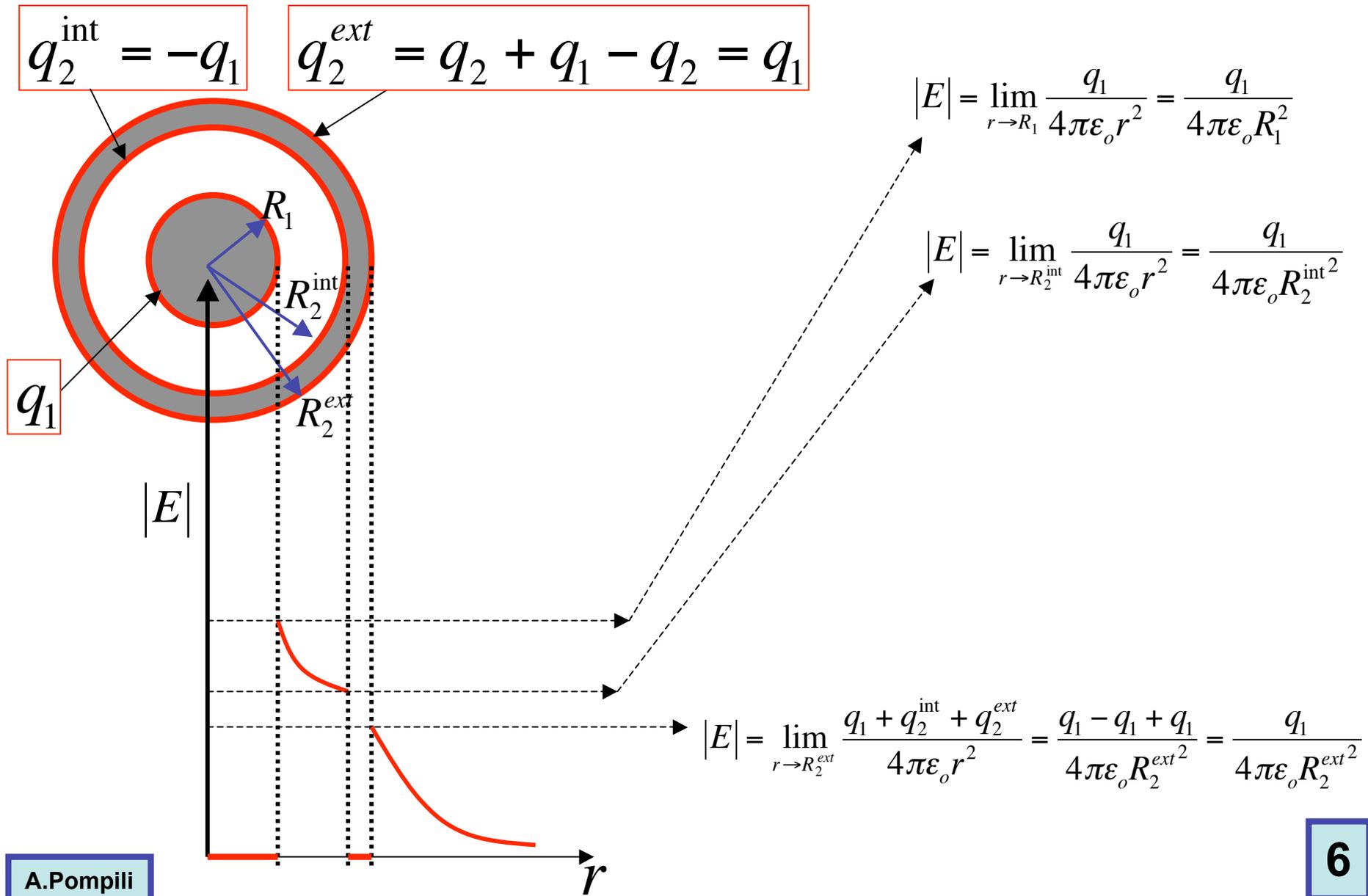
4

E=0 all'interno di un conduttore

Nella configurazione iniziale dell'esercizio:



Nella configurazione finale dell'esercizio:



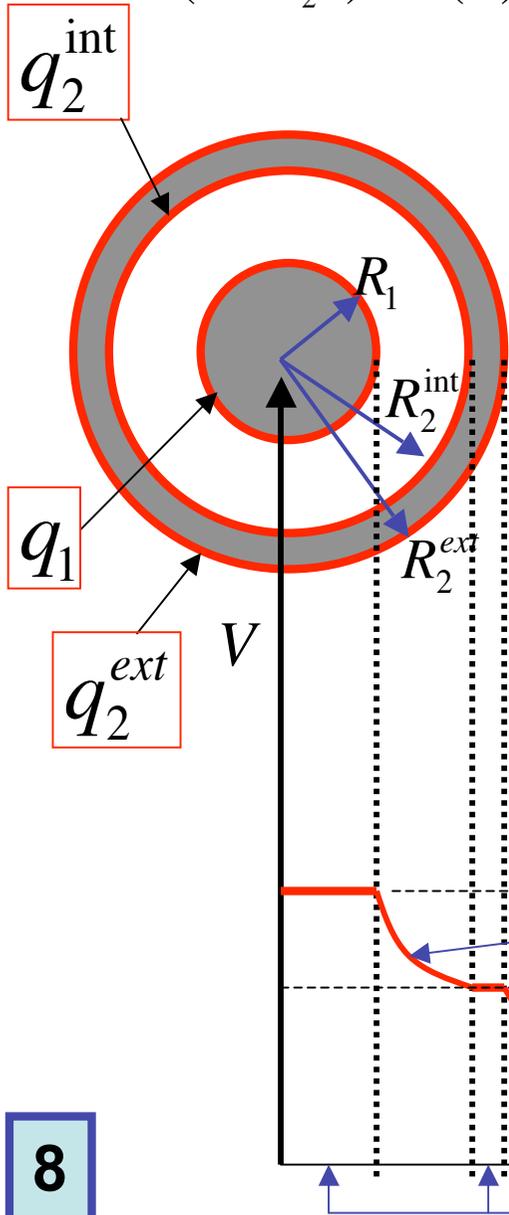
**CALCOLIAMO ora IL POTENZIALE ELETTROSTATICO nei vari punti dello spazio.**

**Prima si fa il calcolo generico e poi nel caso particolare delle 2 configurazioni di carica dell'esercizio ("prima" e "dopo").**

RICORDA ANCHE che :

A.Pompili

$$V(r > R_2^{ext}) = V(\infty) - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_r^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_r^{\infty} \frac{q_1 + q_2^{int} + q_2^{ext}}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = -\frac{q_1 + q_2^{int} + q_2^{ext}}{4\pi\epsilon_0} \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2}$$



$$V(r > R_2^{ext}) = \frac{q_1 + q_2^{int} + q_2^{ext}}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$V(R_2^{int}) = V(R_2^{int} < r < R_2^{ext}) = V(R_2^{ext}) = \lim_{r \rightarrow R_2^{ext}} V(r > R_2^{ext})$$

$$V(R_2^{int}) = V(R_2^{ext}) = \frac{q_1 + q_2^{int} + q_2^{ext}}{4\pi\epsilon_0 R_2^{ext}}$$

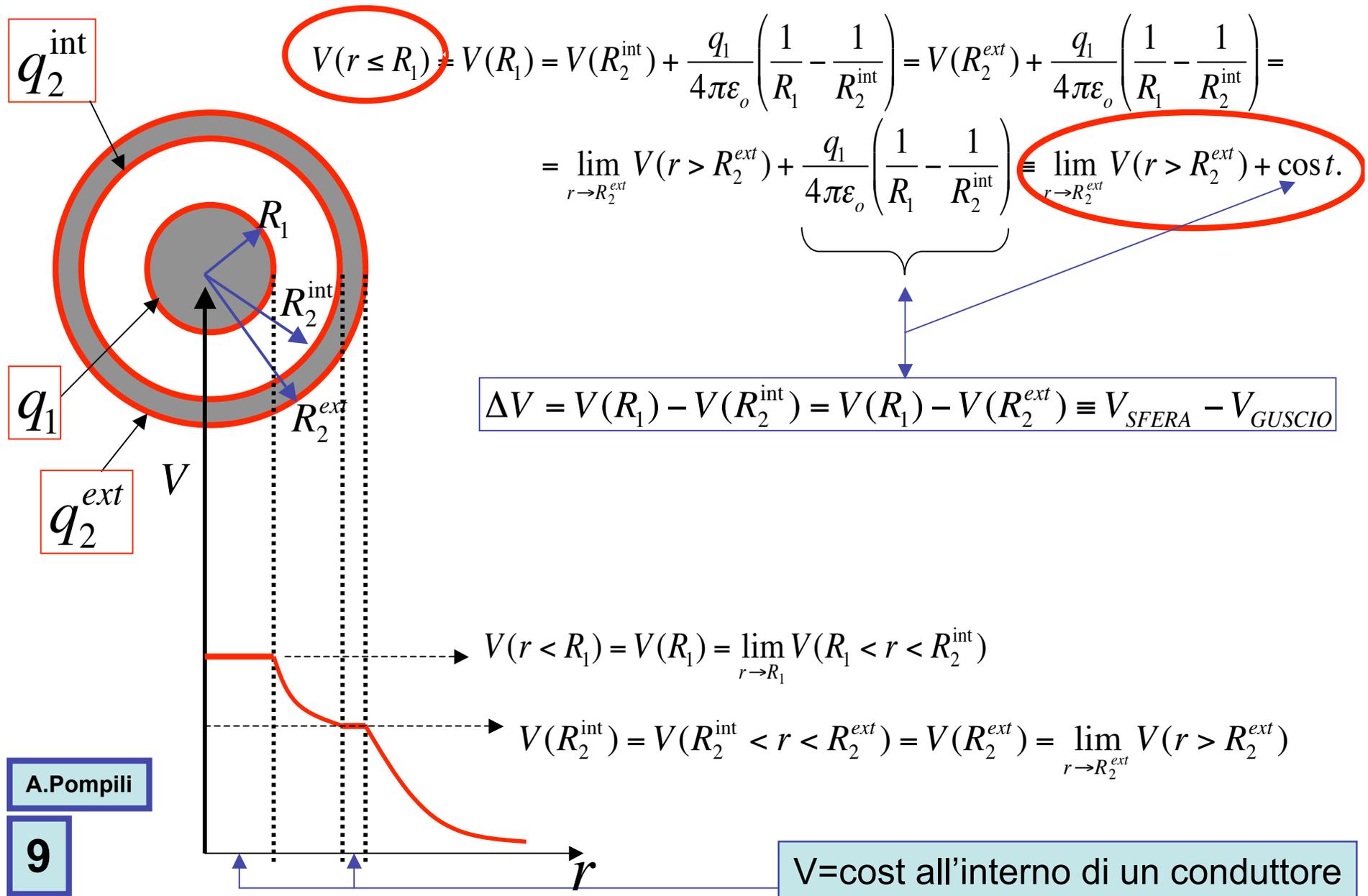
$$V(R_1 < r < R_2^{int}) = V(R_2^{int}) - \int_{R_2^{int}}^r \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = V(R_2^{int}) + \int_r^{R_2^{int}} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

$$V(R_1 < r < R_2^{int}) = V(R_2^{int}) + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_2^{int}} \right)$$

$$V(r < R_1) = V(R_1) = \lim_{r \rightarrow R_1} V(R_1 < r < R_2^{int}) = V(R_2^{int}) + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2^{int}} \right)$$

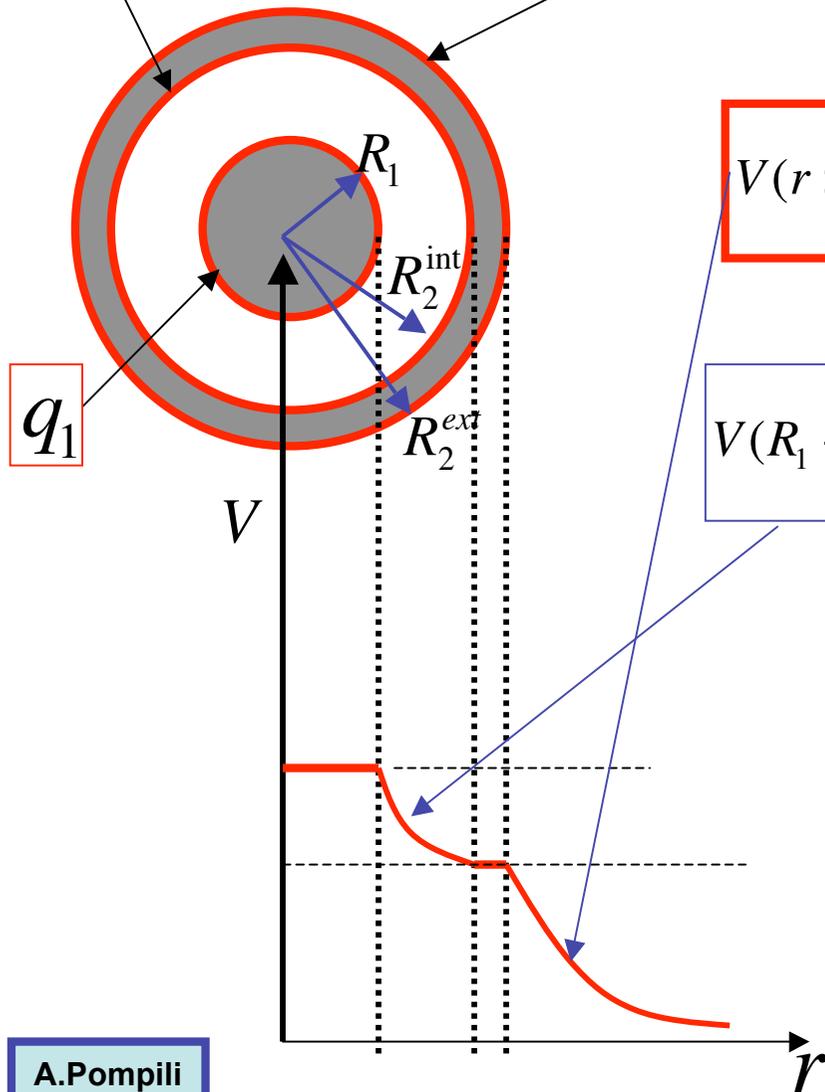
V=cost all'interno di un conduttore

Ecco dunque che il potenziale della sfera interna segue quello esterno al guscio:



Nella configurazione iniziale dell'esercizio:

$$q_2^{\text{int}} = -q_1 \quad q_2^{\text{ext}} = q_2 + q_1$$

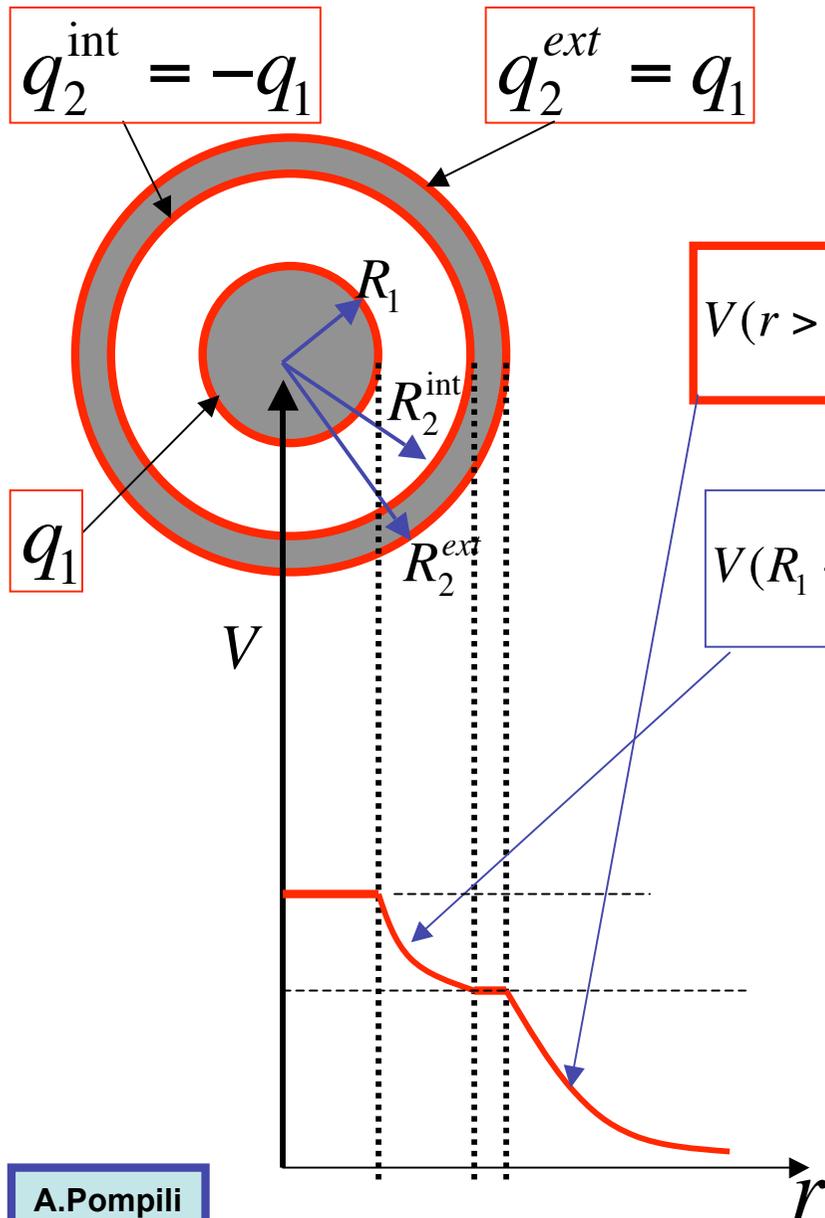


$$V(r > R_2^{\text{ext}}) = \frac{q_1 + q_2^{\text{int}} + q_2^{\text{ext}}}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{q_1 - q_1 + q_2 + q_1}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$V(R_1 < r < R_2^{\text{int}}) = V(R_2^{\text{int/ext}}) + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_2^{\text{int}}} \right) =$$

$$= \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2^{\text{ext}}} + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_2^{\text{int}}}$$

Nella configurazione finale dell'esercizio:



$$V(r > R_2^{ext}) = \frac{q_1 + q_2^{int} + q_2^{ext}}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{q_1 - q_1 + q_1}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$V(R_1 < r < R_2^{int}) = V(R_2^{int/ext}) + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_2^{int}} \right) =$$

$$= \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_2^{ext}} + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_2^{int}}$$

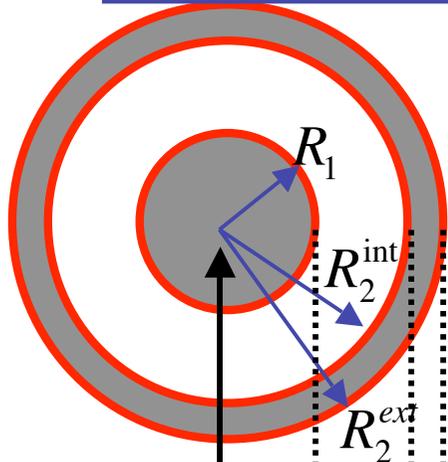
$$= \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{R_2^{ext}} - \frac{1}{R_2^{int}} \right)$$

**RIVALUTIAMO ora LA VARIAZIONE del POTENZIALE ELETTROSTATICO nelle 2 configurazioni di carica dell'esercizio ("prima" e "dopo").**

Nella configurazione iniziale dell'esercizio:

$$V(r > R_2^{ext}) = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$V(R_1 < r < R_2^{int}) = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2^{ext}} + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_2^{int}} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{R_2^{ext}} - \frac{1}{R_2^{int}} \right) + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2^{ext}}$$



Nella configurazione finale dell'esercizio:

$$V'(r > R_2^{ext}) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$V'(R_1 < r < R_2^{int}) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{R_2^{ext}} - \frac{1}{R_2^{int}} \right)$$

Ecco che la variazione (si ripercuote all'interno):

