FISICA II
(ELETTROMAGNETISMO ed OTTICA)

Lezione 22 : Induzione elettromagnetica

Titolare del corso : Alexis Pompili
(Dipartimento Interateneo di Fisica, stanza 106, piano-I, 080-5443208)

Modo piu' semplice/veloce di contattarmi : alexis.pompili@ba.infn.it

Ricevimento: giovedi' 11-13, 15-17

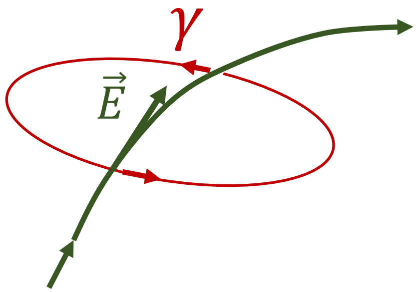
Introduzione all’induzione elettromagnetica: fenomeni studiati da Faraday

Studiare i vari esperimenti fatti da Faraday con circuiti e magneti

Origine della f.e.m. indotta e del campo elettrico indotto - I

- La forza elettromotrice (f.e.m.) è definita come la circuitazione del campo elettrico $\vec{E}$ lungo una linea chiusa γ :

$$\varepsilon = \oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$



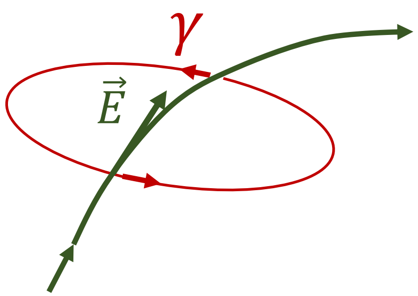
Un suo valore **non nullo** implica che il campo elettrico è **non conservativo**.

-

Origine della f.e.m. indotta e del campo elettrico indotto - I

- La forza elettromotrice (f.e.m.) è definita come la circuitazione del campo elettrico $\vec{E}$ lungo una linea chiusa γ :

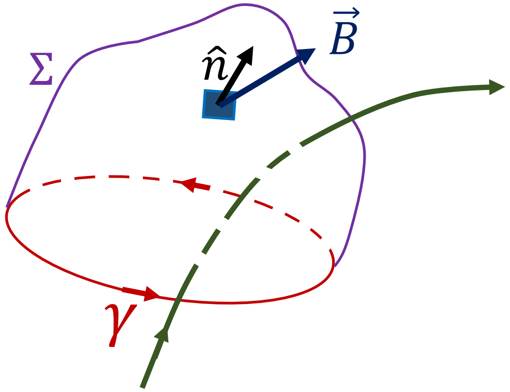
$$\varepsilon = \oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$



Un suo valore **non nullo** implica che il campo elettrico è **non conservativo**.

- Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ attraverso una superficie Σ è dato da: $\Phi_{\Sigma}(\vec{B}) = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot \hat{n} dS$

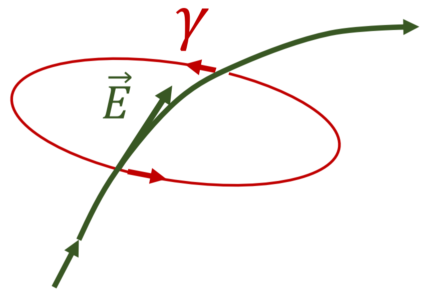
La superficie Σ ha come contorno la generica linea chiusa γ.
Fissato un verso di percorrenza positivo (antiorario) su γ,
l'orientazione della normale «locale» $\hat{n}$ a Σ segue la convenzione della mano destra.



Origine della f.e.m. indotta e del campo elettrico indotto - I

- La forza elettromotrice (f.e.m.) è definita come la circuitazione del campo elettrico $\vec{E}$ lungo una linea chiusa γ :

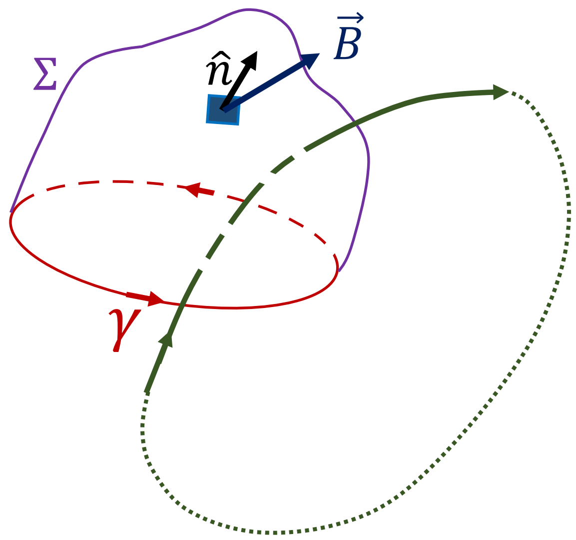
$$\varepsilon = \oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$



Un suo valore **non nullo** implica che il campo elettrico è **non conservativo**.

- Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ attraverso una superficie Σ è dato da: $\Phi_{\Sigma}(\vec{B}) = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot \hat{n} dS$

La superficie Σ ha come contorno la generica linea chiusa γ.
Fissato un verso di percorrenza positivo (antiorario) su γ,
l'orientazione della normale «locale» $\hat{n}$ a Σ segue la convenzione della mano destra.

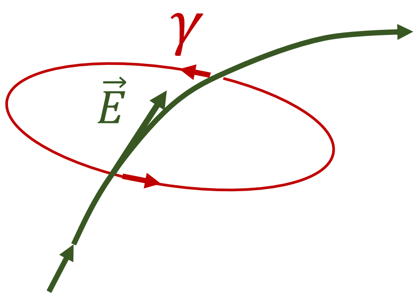


Essendo le linee di campo di $\vec{B}$ chiuse,

Origine della f.e.m. indotta e del campo elettrico indotto - I

- La forza elettromotrice (f.e.m.) è definita come la circuitazione del campo elettrico $\vec{E}$ lungo una linea chiusa γ :

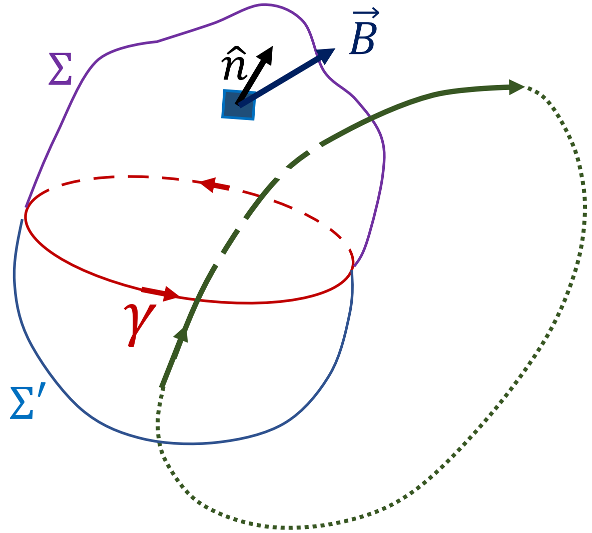
$$\varepsilon = \oint_\gamma \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$



Un suo valore **non nullo** implica che il campo elettrico è **non conservativo**.

- Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ attraverso una superficie Σ è dato da: $\Phi_\Sigma(\vec{B}) = \int_\Sigma \vec{B} \cdot \hat{n} dS$

La superficie Σ ha come contorno la generica linea chiusa γ.
Fissato un verso di percorrenza positivo (antiorario) su γ,
l'orientazione della normale «locale» $\hat{n}$ a Σ segue la convenzione della mano destra.

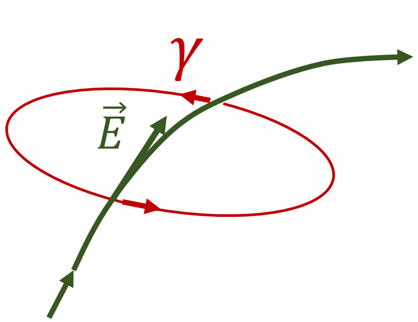


Essendo le linee di campo di $\vec{B}$ chiuse, se considero due superfici Σ e Σ' aventi lo stesso contorno γ,

Origine della f.e.m. indotta e del campo elettrico indotto - I

- La forza elettromotrice (f.e.m.) è definita come la circuitazione del campo elettrico $\vec{E}$ lungo una linea chiusa γ :

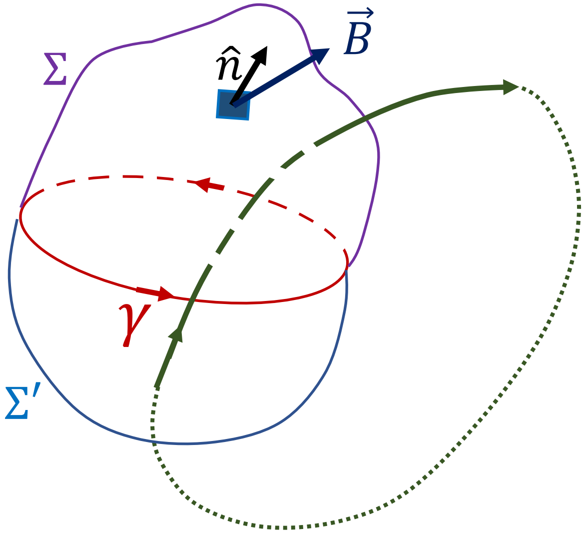
$$\varepsilon = \oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$



Un suo valore **non nullo** implica che il campo elettrico è **non conservativo**.

- Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ attraverso una superficie Σ è dato da: $\Phi_{\Sigma}(\vec{B}) = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot \hat{n} dS$

La superficie Σ ha come contorno la generica linea chiusa γ.
Fissato un verso di percorrenza positivo (antiorario) su γ,
l'orientazione della normale «locale» $\hat{n}$ a Σ segue la convenzione della mano destra.



Essendo le linee di campo di $\vec{B}$ chiuse, se considero due superfici Σ e Σ' aventi lo stesso contorno γ, le linee di campo che passano per Σ passano tutte anche per Σ', per cui $\Phi_{\Sigma}(\vec{B}) = \Phi_{\Sigma'}(\vec{B})$ cioè il flusso del campo è lo stesso attraverso qualunque superficie poggi sulla stessa linea chiusa («**flusso concatenato** con la linea chiusa»).

Origine della f.e.m. indotta e del campo elettrico indotto - II

- L'espressione della **Legge di Faraday-Henry-Lenz** $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_\Sigma(\vec{B})}{dt}$

indica che ogniqualvolta il flusso del campo magnetico concatenato con un circuito **varia nel tempo** si ha nel circuito una **f.e.m. indotta** data dall'opposto della derivata temporale del flusso

Mettiamo esplicitamente in evidenza la relazione fra campo magnetico $\vec{B}$ e campo elettrico indotto $\vec{E}$:

$$\oint_\gamma \vec{E}_i \cdot d\vec{\ell} = \varepsilon_i = -\frac{d\Phi_\Sigma(\vec{B})}{dt} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_\Sigma \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS \qquad \textbf{[*]}$$

dove Σ è una qualsiasi superficie che si appoggia sulla generica linea chiusa γ ; questa può coincidere con un circuito conduttore **ma** può anche essere una linea geometrica chiusa ***senza alcun supporto materiale***! In altre parole: la variazione del flusso di $\vec{B}$ nel tempo ha come effetto principale quello di generare un campo elettrico indotto $\vec{E}_i$. Se poi quest'ultimo agisce all'interno di un conduttore (supporto materiale) che forma un circuito chiuso allora si ha - in tale conduttore - una corrente indotta.

Flusso «tagliato» e flusso «concatenato»

- **Abbiamo analizzato le situazioni che danno luogo agli effetti espressi nella relazione [*]: esse evidenziano che la formazione di una f.e.m. indotta può essere ricondotta a due cause distinte:**

  1) moto di un conduttore (o di un circuito conduttore) **in un sistema di rif. in cui le sorgenti di $\vec{B}$ sono fisse (situazioni di «flusso tagliato»);**

  2) variazione temporale di $\vec{B}$ in un sistema di rif. in cui il (circuito) **conduttore** è in quiete **(situazioni di «flusso concatenato»).**

  Nel primo caso la f.e.m. indotta può essere spiegata sulla base della Forza di Lorentz che agisce sulle cariche mobili presenti nei conduttori e trascinate dal moto di questi nel campo $\vec{B}$ stazionario.

  Nel secondo caso non possiamo invocare tale forza (conduttori fermi) ma la presenza di corrente indotta richiede la presenza di una forza agente sulle cariche che può essere esercitata solo da un campo elettrico con circuitazione non nulla (quindi non conservativo).

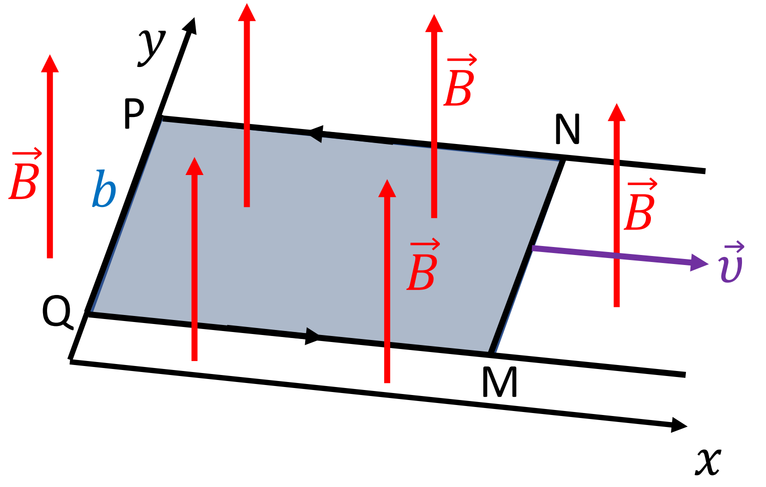
  Concettualmente bisogna invocare due meccanismi differenti per spiegare lo stesso fenomeno (a seconda che si muova il circuito rispetto alle sorgenti del campo o le sorgenti che si muovano rispetto al circuito fermo). Ma non costituisce un problema tenendo conto che non vi sono sistemi di riferimento assoluti e ciò che conta è il moto relativo**.**

Di seguito esamineremo un paio di esempi di situazioni di «flusso tagliato»!

Esempio di flusso «tagliato» : la sbarretta conduttrice in moto - I

Di seguito esamineremo un paio di esempi di situazioni di «flusso tagliato»!

Considero il circuito rettangolare con la sbarretta conduttrice **mobile** (di lunghezza b) posto nel campo $\vec{B}$ uniforme e costante ed ortogonale al piano xy contenente il circuito. La sbarretta si muova di moto traslatorio con velocità $\vec{v}$ nel verso indicato (concorde con il versore $\hat{x}$). Si noti l'orientazione positiva antioraria del circuito PQMN.



Spiegazione invocando la Forza di Lorentz

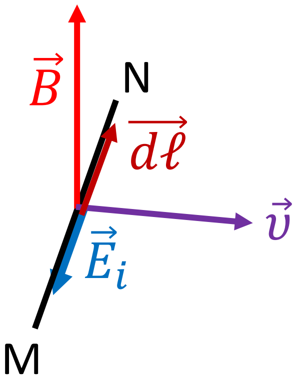
Sugli elettroni di conduzione trascinati in moto con velocità $\vec{v}$ agisce la Forza di Lorentz: $\vec{F} = (-e)\vec{v}\times\vec{B}$

E si può introdurre un campo elettromotore:

$$\vec{E}_i = \frac{\vec{F}}{(-e)} = \vec{v}\times\vec{B}$$

La circuitazione di questo vettore (agente come in figura) è :

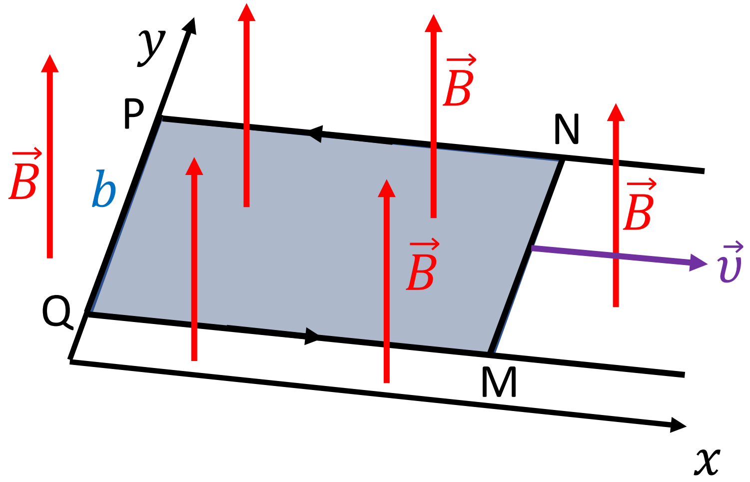
$$\varepsilon_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{\ell} = \int_{MNPQ} \vec{v}\times\vec{B} \cdot d\vec{\ell} =$$



Esempio di flusso «tagliato» : la sbarretta conduttrice in moto - I

- **Di seguito esamineremo un paio di esempi di situazioni di «flusso tagliato»!**

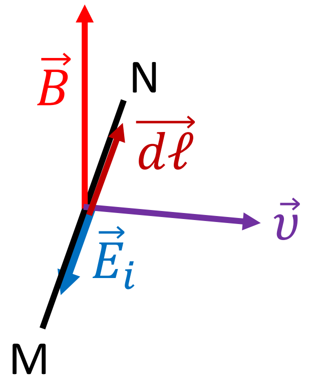
- Considero il circuito rettangolare con la sbarretta conduttrice **mobile** (di lungh. b) posto nel campo $\vec{B}$ uniforme e costante ed ortogonale al piano xy contenente il circuito. La sbarretta si muova di moto traslatorio con velocità $\vec{v}$ nel verso indicato (concorde con il versore $\hat{x}$). Si noti l'orientazione positiva antioraria del circuito PQMN.



- Spiegazione invocando la Forza di Lorentz

Sugli elettroni di conduzione trascinati in moto con velocità $\vec{v}$ agisce la Forza di Lorentz: $\vec{F} = (-e)\vec{v}\times\vec{B}$

E si può introdurre un campo elettromotore: $\vec{E}_i = \dfrac{\vec{F}}{(-e)} = \vec{v}\times\vec{B}$



La circuitazione di questo vettore (agente come in figura) è [$\vec{v} \neq 0$ solo per barretta $\overline{MN}$]:

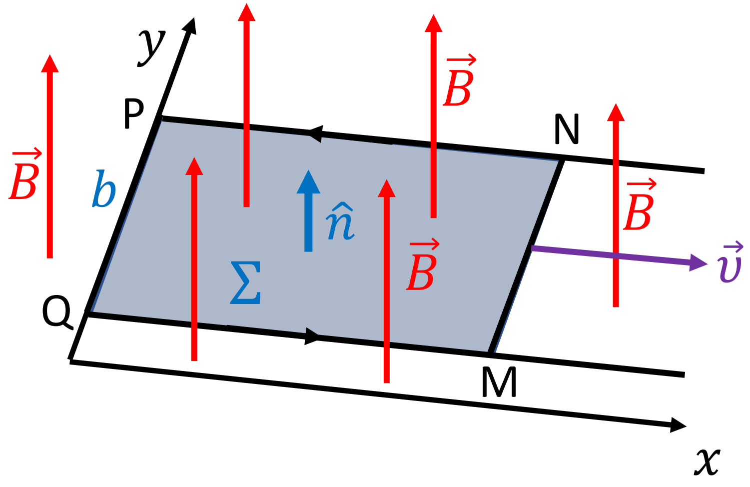
$$\varepsilon_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{\ell} = \int_{MNPQ} \vec{v}\times\vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_M^N \vec{v}\times\vec{B} \cdot d\vec{\ell} = -vB\int_M^N d\ell = -vBb$$

Esempio di flusso «tagliato» : la sbarretta conduttrice in moto - II

Spiegazione invocando la Legge di Faraday-Lenz

Il flusso del campo $\vec{B}$:

$$\Phi_{\Sigma}(\vec{B}) = \int_{\Sigma(MNPQ)} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = B \int_{\Sigma(MNPQ)} dS = B(bx)$$



… da cui:

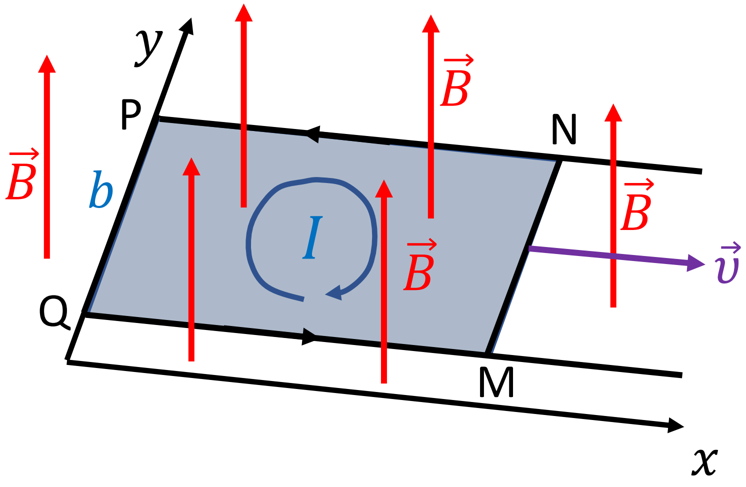
$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -Bb\frac{dx}{dt} = -vBb$$

Quindi: il risultato precedente (ottenuto invocando la forza di Lorentz) è in accordo con la legge di Faraday

La sbarretta conduttrice in moto : la corrente indotta - I

- La f.e.m. crea nel circuito una **corrente indotta**

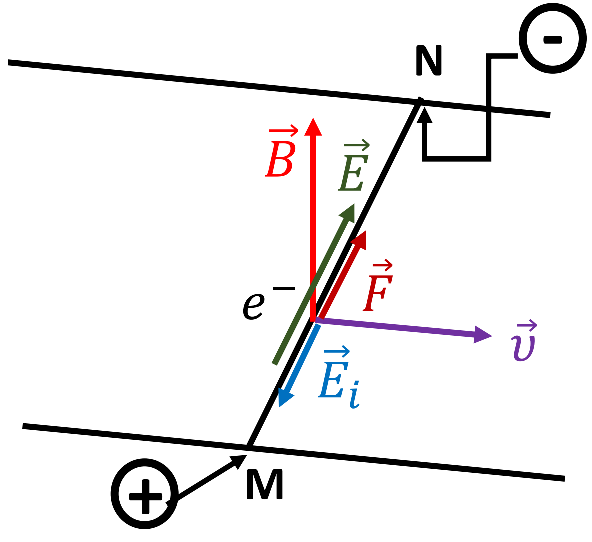
$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{vBb}{R}$$



… il segno «-» indica che circola nel circuito in senso orario!

La spiegazione del meccanismo di creazione della corrente è ben argomentabile ancora invocando l'effetto della Forza di Lorentz.

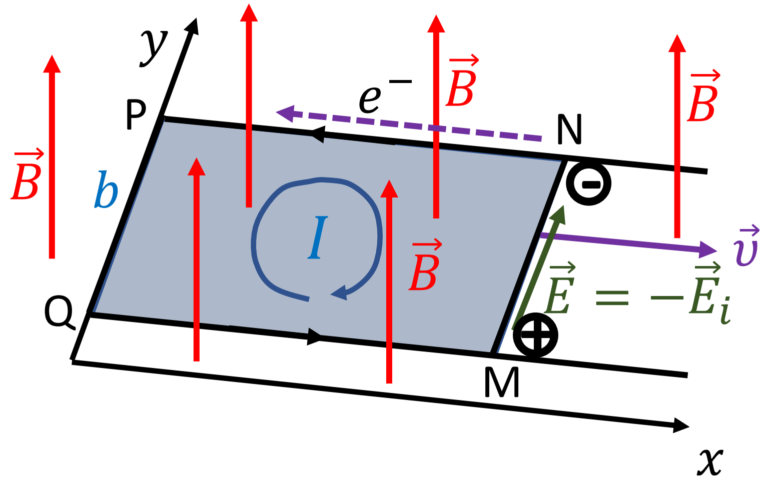
La forza $\vec{F} = (-e)\vec{v}\times\vec{B}$ crea separazione di carica facendo accumulare gli elettroni all'estremo N della sbaretta mobile e lasciando quindi cariche positive accumulate all'altra estremità M.



Quindi alla fine di questo transitorio il campo elettrostatico $\vec{E}$ generato dalla separazione di carica equilibra la $\vec{F}$ (o meglio il campo elettro-motore: $\vec{E} = -\vec{E}_i$) **: la sbarretta MN è sede di una f.e.m. pari alla d.d.p. fra gli estremi («morsetti») M & N :** $\varepsilon = V_M - V_N$

La sbarretta conduttrice in moto : la corrente indotta - II

- **Il campo elettrostatico, che agisce fra M ed N, è proprio responsabile della circolazione degli elettroni da N ad M nel resto del circuito (NPQM): essi si dirigono verso M per neutralizzare la carica + in M e quindi - convenzionalmente - la corrente associata al loro moto (corrente indotta) scorre nel circuito circola in senso orario !**



A regime, mentre il campo elettrostatico $\vec{E}$ (che agisce in tutto lo spazio) sottrae elettroni da N facendoli circolare nel circuito fino ad M, il campo elettromotore (che agisce entro la sola sbarretta) lavora *contro di esso* ($\vec{E} = -\vec{E}_i$) per ripristinare la separazione di carica (nonche' ripristinare la d.d.p. ai capi della sbarretta pari a $\varepsilon = V_M - V_N$) muovendo elettroni da M ad N.

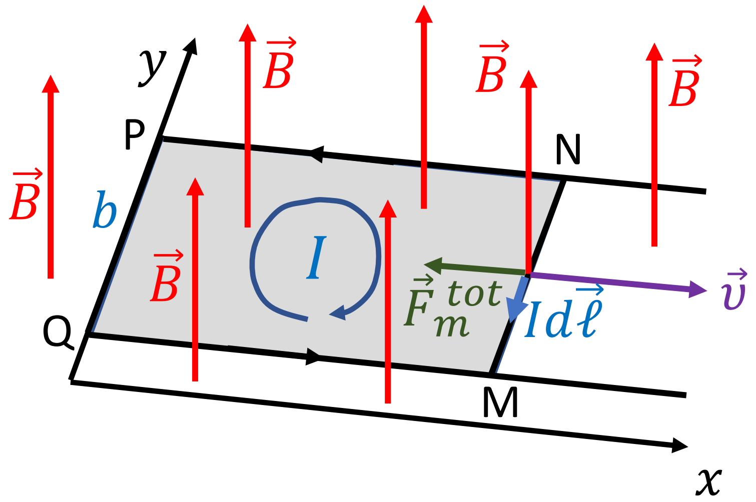
A scanso di equivoci, sia chiaro che $I = \dfrac{\varepsilon_i}{R} = -\dfrac{vBb}{R} = -\dfrac{\varepsilon}{R} (< 0)$

essendo ...

$$\varepsilon = V_M - V_N = -\int_N^M \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = +\int_N^M \vec{E}_i \cdot d\vec{\ell} = -\int_M^N \vec{E}_i \cdot d\vec{\ell} = -[-(vBb)] = +vBb$$

La sbarretta conduttrice in moto : forza di attrito elettromagnetico - I

- **Sul conduttore rettilineo in moto (la sbarretta) percorso dalla corrente indotta I circolante in senso orario (da N a M) agisce però la forza magnetica che si contrappone al moto :**



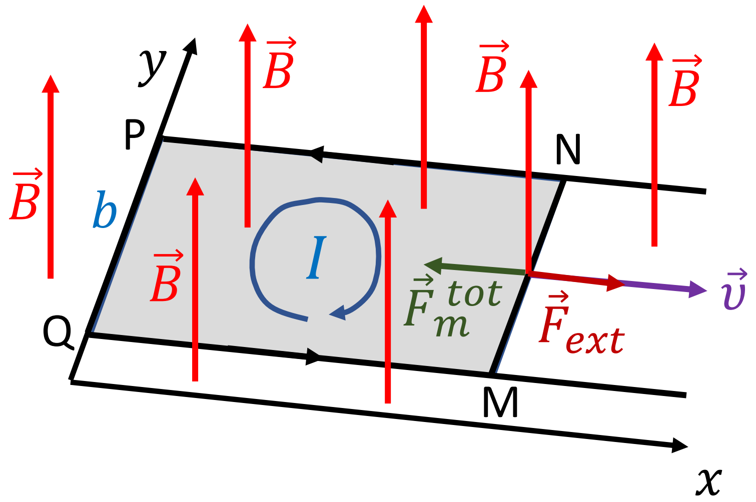
$$\mathrm{d}\vec{F} = |I| d\vec{\ell} \times \vec{B} \;\Rightarrow\; \vec{F}_m^{\,tot} = |I| \int_N^M d\vec{\ell} \times \vec{B} = (-\hat{x})\,|I| B \int_N^M d\ell = (-\hat{x})|I|Bb$$

Chiaramente si tratta di una forza *frenante*, diciamo *di attrito elettromagnetico*;
per capirne meglio la natura dobbiamo chiederci la sua relazione con la velocità**:**

$$|I| = \left| -\frac{vBb}{R} \right| = \frac{vBb}{R} \quad\Rightarrow\quad \vec{F}_m^{\,tot} = (-\hat{x})Bb\left(\frac{vBb}{R}\right) = -\frac{B^2b^2}{R}(+\hat{x})v \equiv -\frac{B^2b^2}{R}\,(\vec{v})$$

essendo la forza opposta alla velocità come vettore ma ad essa proporzionale in modulo si può dire che questa **forza di attrito elettromagnetico** **è** **una forza resistente di tipo *viscoso* !**
In seguito all'azione di questa forza **la sbarretta è destinata a fermarsi dopo un po' di tempo.**

- **Per vincere la forza di attrito elettromagnetico** $\vec{F}_m^{\,tot}$ **e far muovere la sbarretta a velocità costante bisogna applicare una forza esterna uguale e contraria** $\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_m^{\,tot}$ **spendendo la *potenza meccanica*:**



$$\wp = \vec{F}_{ext} \cdot \vec{v} = \left|\vec{F}_m^{\,tot}\right| v = \frac{B^2 b^2 v^2}{R} = R\,\frac{B^2 b^2 v^2}{R^2} = RI^2 = \varepsilon_i I$$

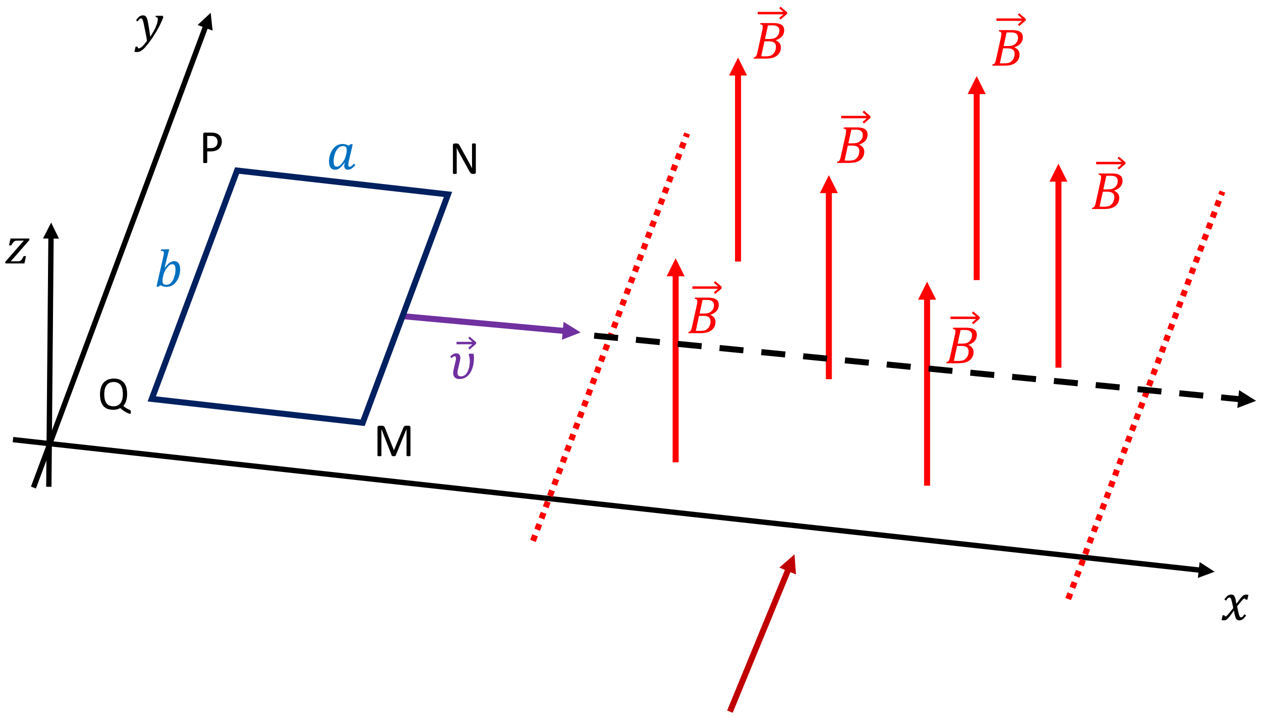
cioè pari alla potenza elettrica spesa sulla resistenza circuitale per effetto Joule!

Il sistema può quindi essere considerato come un generatore in cui la potenza meccanica erogata dall'esterno, generando corrente, viene spesa sulla resistenza e dissipata per effetto Joule.

Si noti l'importanza del segno nella Legge di Faraday-Lenz : se non ci fosse il «-» la corrente circolerebbe in senso antiorario e la forza magnetica non si opporrebbe al moto della sbarretta: basterebbe darle un colpetto (un impulso) e poi il moto sarebbe sostenuto dalla stessa forza magnetica e avremmo un generatore che fornirebbe potenza elettrica senza ricever una quantità equivalente di potenza sotto altra forma (in contrasto col principio di conservazione dell'energia).

Ulteriore applicazione: spira che entra & esce da una regione con campo magnetico

Si tratta di un caso «classico» di esercizio (si ricordi che la spira rettangolare è rigida):



zona dove è presente il campo magnetico